PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 11 — 1. Juni 1932 — Redaktionsschluß für Nr. 13 am 14. Juni 1932. — 33. Jahrgang

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. Hermann, Wärmeübergang bei freier Konvektion. I. S. 425.

F. Regler, Ein neuer Weg zur röntgenographischen Untersuchung der Vorgänge bei der elastischen und plastischen Verformung polykristalliner Metalle. S. 435.

M. Neunhoeffer, Über die Intensität ultraroter Wasserabsorptionsbanden bei starken *LiCl*- oder $LiNO_3$-Zusätzen. S. 439.

Ph. M. Morse, Unelastische Streuung von Kathodenstrahlen. S. 443.

H. Klumb, Über die Absorption kurzer elektrischer Wellen in ionisierten Gasen, ein Versuch zum Nachweis langwelliger Übergänge im Spektrum des Wasserstoffatoms. S. 445.

G. Mönch, Wirtschaftliche Maßnahmen zum Aufbau und Betrieb von Hochvakuumanlagen. S. 447.

R. Ramshorn, Demonstration stehender elektrischer Wellen mit Hilfe eines einfachen Empfängers. S. 451.

H. Ebert, Über das Strömen von Gasen bei niedrigen Drucken. Nachtrag. S. 453.

Besprechungen:

Bateman, Partial Differential Equations of Mathematical Physics. S. 454.

R. H. Fowler, Statistische Mechanik. S. 454.

Gmelins Handbuch der Anorganischen Chemie. 7: Brom. S. 454.

E. J. Berg, Rechnung mit Operatoren nach Oliver Heaviside. S. 455.

The National Physical Laboratory. Bd. 22. S. 455.

K. Rosenberg, Lehrbuch der Physik. 13. Aufl. S. 455.

F. Twyman und D. M. Smith, „Wavelength Tables for Spectrum Analysis." Second Edition. S. 455.

Durchleuchtete Körper. S. 455.

Eastman Kodak Company. Bd. XIV. S. 456.

L. Bieberbach, Projektive Geometrie. S. 456.

Gmelins Handbuch der Anorganischen Chemie. 29: Strontium. S. 456.

C. G. Darwin, The new conception of matter. S. 456.

Personalien. S. 456.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Wärmeübergang bei freier Konvektion. I.[1]

Von R. Hermann.

Ruht ein Körper in einem Schwerefelde innerhalb einer weit ausgedehnten Flüssigkeit (bzw. Gas), die in großer Entfernung vom Körper ebenfalls ruht, und ist die Temperatur des Körpers höher als die Temperatur der Flüssigkeit, so wird sich die Flüssigkeit in nächster Nähe des Körpers erwärmen, ausdehnen und auf Grund der entstehenden Auftriebskraft nach oben bewegen, so daß kalte Flüssigkeit von unten nachströmt, an die der heiße Körper von neuem Wärme abgibt. Von diesem „Wärmeübergang bei freier Konvektion" sei im folgenden nur der stationäre Fall betrachtet. Die Oberfläche des Körpers werde demnach (etwa durch elektrische Energiezufuhr) stets auf gleicher Temperatur gehalten, und auch die Temperatur der Flüssigkeit in großer Entfernung vom Körper sei zeitlich konstant, was bei genügender Ausdehnung der Flüssigkeit ebenfalls möglich ist.

Über die geschichtliche Entwicklung in der theoretischen Behandlung des Problems unterrichtet am besten der zusammenfassende Bericht von R. Seeliger[1]), so daß an dieser Stelle hierüber nichts gesagt werden braucht. Die für uns maßgebende Arbeit, auf die wir des öfteren zurückkommen werden, ist allein die von Nusselt[2]). Er gewann durch Anwendung des Ähnlichkeitsprinzipes das Resultat, daß die dimensionslose

[1]) Erweiterter Bericht eines Vortrages von der 14. Tagung des Gauvereins Thür.-Sa.-Schles. der Deutschen Physik. Ges. am 10. Jan. 1932 in Leipzig.

1) R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **26**, 282, 1925.

2) W. Nusselt, Gesundheitsingenieur **38**, 477, 1915. Diese Arbeit ist offenbar Seeliger wie auch Davis entgangen, da sie an einer für Physiker schwer zugänglichen Stelle erschienen ist.

Wärmeübergangszahl Nu (= Nusselt)[1]) im Falle kleiner Temperaturdifferenz zwischen Körper und Flüssigkeit von den zwei dimensionslosen Kenngrößen Gr (= Grashof)[1]) und Pr (= Prandtl)[1]), im Falle großer Temperaturdifferenz außerdem von einer dritten Kenngröße Te (einem Temperaturverhältnis)[2]) abhängen soll. In der Tat konnte er zeigen, daß sich die Versuchspunkte verschiedenster Autoren für horizontale Zylinder in Luft (Pr = const) bei Auftragung von Nu als Funktion von Gr ungefähr um eine Kurve gruppierten. Den großen Temperaturdifferenzen trug er hierbei durch eine geeignete Mittelbildung der temperaturabhängigen Größen Rechnung. Mehrere Jahre später gab A. H. Davis[3]) — in Erweiterung eines Boussinesqschen Ergebnisses für ideelle auf zähe Flüssigkeiten — für den Fall kleiner Temperaturdifferenz das gleiche Resultat wie Nusselt an. Auf die theoretische Behandlung großer Temperaturdifferenzen ging er nicht ein. An teils gleichem, teils anderem Versuchsmaterial als Nusselt zeigte er ebenfalls, daß die Versuchspunkte für horizontale Zylinder in Luft durch eine Kurve $Nu = f(Gr)$ mit breiter Streuung angenähert werden können. Die Temperaturabhängigkeit der Flüssigkeitseigenschaften berücksichtigte er in einfacher Weise durch Benutzung der Mitteltemperatur von Körper und Flüssigkeit.

Inhalt.

In der vorliegenden Arbeit wird noch einmal die Form des Wärmeübergangsgesetzes für den Fall kleiner (B) und großer (C) Temperaturdifferenz abgeleitet, und zwar auf einem Wege, der von dem Nusselts grundsätzlich verschieden ist. Betrachtungen allgemeiner Natur über die Beziehungen zwischen notwendigen und hinreichenden Ähnlichkeitsbedingungen und dem Existenz- und Unitätssatz des zugehörigen Randwertproblemes, die auch abgesehen von unserem speziellen Fall für alle Ähnlichkeitsbetrachtungen der Hydrodynamik Bedeutung besitzen, zeigen nämlich, daß die Nusseltsche Ähnlichkeitsbetrachtung — deren Resultat im übrigen hiervon nicht berührt wird — durch eine Betrachtung (B, 4) ergänzt werden muß, die sich im Prinzip mit der von uns direkt gegebenen Ableitung deckt. Den Betrachtungen wird eine verschärfte Diskussion (A) der maßgebenden Differentialgleichungen hinsichtlich der Bedeutung des Druck- und Auftriebsgliedes zugrunde gelegt. Zum Schluß (D) wird gezeigt, daß die an Experimenten bisher noch nirgends demonstrierte Abhängigkeit der Nu-Zahl von Te tatsächlich besteht. An einem Beispiel aus dem von Nusselt und Davis bearbeiteten Versuchsmaterial zeigt sich, daß die oben erwähnte breite „Streuung" in den Diagrammen dieser Autoren eine Aufspaltung nach dieser Kenngröße als Parameter darstellt[1]).

A. Die Differentialgleichungen.

Da es für den folgenden Zweck genügt, schreiben wir die Differentialgleichungen, um sie nicht unnötig zu komplizieren, unter Streichung derjenigen Glieder, in denen die Ortsabhängigkeit von μ und λ zum Ausdruck kommt[2]). Die hydrodynamischen Impulsgleichungen für zähe, kompressible, schwere Flüssigkeiten bei stationärer Bewegung lauten dann in Vektorform:

$$\varrho\, \mathfrak{w} \circ \operatorname{grad} \mathfrak{w} = -\operatorname{grad} p + \mu\,(\Delta \mathfrak{w} + \tfrac{1}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathfrak{w}) + \varrho\, \mathfrak{g} \qquad (1)$$

(ϱ = Dichte, μ = Zähigkeit des betrachteten Volumenelementes, $\mathfrak{w}$ = Geschwindigkeit, p = Druck, $\mathfrak{g}$ = Vektor der Erdbeschleunigung).

Da die treibende Ursache der freien Konvektion die in der Flüssigkeit entstehenden Dichteunterschiede sind, erweist es sich als vorteilhaft, die Impulsgleichung zur Gewinnung eines Gliedes, das eine Dichtedifferenz enthält, umzuformen. Hierzu nimmt man eine Aufspaltung des Druckes p in „Schweredruck" und „Bewegungsdruck" vor:

$$p = \bar{p} + p^*,$$

wo, etwas abweichend von der üblichen[3]) Definition, $\bar{p}$ der „Schweredruck" gemäß der hydrostatischen Druckverteilung in gleicher Höhe, aber großer Entfernung vom Körper ist:

$$\bar{p} = \text{const} - \varrho_\infty\, g\, z\ ^4). \qquad (2a)$$

ϱ_∞, die Dichte in großer Entfernung vom Körper, soll unabhängig von der Höhe sein, d.h. die freie Konvektion soll in Räumen von mäßigen Höhen,

1) Über die Bedeutung der Kenngrößen s. B, 2. In der Bezeichnung folgen wir den Vorschlägen der Wärmetagung Köln 1931. Vgl. Forschung **2**, 380, 1931.

2) Vgl. C, 2.

3) A. H. Davis, Collected Researches of the National Physical Laboratory. Vol. XIX, 1926. S. 181, 193, 213. Auch Phil. Mag. **40**, 692, 1920; **43**, 329, 1922; **44**, 920, 1922.

1) Eine systematische Bearbeitung sämtlicher bisher vorliegender Versuche der freien Konvektion an horizontalen Zylindern von diesem Gesichtspunkt aus soll später erfolgen.

2) Über die vollständigen Gleichungen vgl. etwa A. Busemann, Gasdynamik § 4, § 6. Handbuch der Experimental-Physik IV, 1.

3) Vgl. etwa Prandtl-Tietjens, Hydro- u. Aeromechanik I, S. 106. Springer 1929.

4) Die z-Achse ist entgegengesetzt der Schwerkraft gerichtet. Der Wert der Konstanten und der Anfangspunkt der z- und Druckzählung ist gleichgültig.

nicht in meteorologischen Dimensionen stattfinden. Der „Bewegungsdruck" p^* ist dort von Null verschieden, wo Bewegung vorhanden ist. Da

$$\operatorname{grad} p = \varrho_\infty \mathfrak{g},$$

wird die Summe aus Druckkraft und Schwerkraft in der Impulsgleichung:

$$-\operatorname{grad} p + \varrho\,\mathfrak{g} = -\varrho_\infty \mathfrak{g} - \operatorname{grad} p^* + \varrho\,\mathfrak{g} = -\operatorname{grad} p^* + A,$$

mit

$$A = -\mathfrak{g}(\varrho_\infty - \varrho). \tag{2b}$$

A ist die Auftriebskraft, die ein Teilchen der Dichte ϱ erfährt, falls es rings an eine Flüssigkeit der Dichte ϱ_∞ grenzte, was hier in Wirklichkeit nicht der Fall ist. Die von Nusselt und Gröber[1]) für A benutzte Bezeichnung „Auftriebskraft" sei jedoch auch hier verwandt.

Mit Hilfe der Zustandsgleichung kann man A als Funktion der Temperatur angeben. Da die Dichteänderungen durch Verschiedenheiten des Druckes gegenüber den Dichteänderungen durch Temperaturverschiedenheiten zu vernachlässigen sein werden, können wir die Zustandsgleichung unter Benutzung des hierdurch definierten Volumen-Ausdehnungskoeffizienten β der Flüssigkeit bei der Temperatur T_∞ folgendermaßen schreiben:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_\infty}(1 + \beta\vartheta)$$

(T und T_∞ die absoluten Temperaturen von ϱ und ϱ_∞; $\vartheta = T - T_\infty$). Hieraus ergibt sich

$$\varrho_\infty - \varrho = \varrho\left(\frac{\varrho_\infty}{\varrho} - 1\right) = \varrho\beta\vartheta$$

und

$$A = -\mathfrak{g}\,\varrho\beta\vartheta.$$

Da Versuche mit freier Konvektion fast ausschließlich in Gasen (Luft) ausgeführt wurden, so interessiert die spezielle Form des Auftriebsgliedes für ideale Gase. Unter den gemachten Voraussetzungen lautet die Zustandsgleichung hierfür:

$$\frac{\varrho_\infty}{\varrho} = \frac{T}{T_\infty},$$

was durch Vergleich mit der allgemeinen Form $\beta = \frac{1}{T_\infty}$ und $A = -\mathfrak{g}\,\varrho\,\frac{\vartheta}{T_\infty}$ liefert. Der Ausdehnungskoeffizient ist also nicht schlechthin $1/273$, sondern gleich der reziproken jeweiligen Raumtemperatur. Wichtig ist, daß demnach der lineare Ausdehnungsansatz für ideale Gase auch für große Temperaturdifferenzen mit einem konstanten Wert des Ausdehnungskoeffizienten exakt richtig ist. Für Flüssigkeiten ist β nur für kleine Temperaturdifferenzen ϑ als konstant anzusehen und ist bei größeren ϑ im allgemeinen noch eine Funktion von ϑ[1]).

Die auf Bewegungsdruck und Auftriebskraft umgeformte Impulsgleichung (1) lautet also:

$$\varrho\mathfrak{w} \circ \operatorname{grad}\mathfrak{w} = -\operatorname{grad} p^* + \mu(\Delta\mathfrak{w} + \tfrac{1}{3}\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{w}) - \mathfrak{g}\,\varrho\beta\vartheta. \tag{3a}$$

Hierzu tritt zur vollständigen Beschreibung des Problems die hydrodynamische Kontinuitätsgleichung

$$\operatorname{div}(\varrho\mathfrak{w}) = 0 \tag{3b}$$

und die Wärmetransportgleichung

$$c\,\varrho\mathfrak{w} \circ \operatorname{grad}\vartheta = -\lambda\Delta\vartheta \tag{3c}$$

(λ = Wärmeleitfähigkeit, c = spezifische Wärme der Masseneinheit bei konstantem Druck), falls wir von der durch Reibungs- und Druckkräfte erzeugten Wärme absehen, sowie 4 Gleichungen, die die Temperaturabhängigkeit (die Druckabhängigkeit wird vernachlässigt) von ϱ, μ, λ, c beschreiben. Es fehlt noch die Angabe der zur eindeutigen Bestimmung des Problems notwendigen Randbedingungen, von denen später gesprochen wird.

Diese Differentialgleichungen finden sich in ähnlicher Form bereits bei Nusselt und anderen Autoren. Doch werden erst aus der eben gegebenen ausführlicheren Umformung der Impulsgleichung folgende für das Spätere wichtigen Punkte klar:

1. Bei Berücksichtigung der wirklich vorhandenen hydrostatischen Druckverteilung in großer Entfernung enthält das Druckglied der Impulsgleichung nur den Bewegungsdruck, nicht den Gesamtdruck. Dies ist wichtig für spätere Abschätzungen dieses Gliedes bei der Diskussion unseres Resultates. Weiterhin bedeutet dies, da der Wert des Druckes im Unendlichen zu den für die Eindeutigkeit des Problems notwendig vorzuschreibenden Randwerten gehört, der Bewegungsdruck im Unendlichen aber Null ist, eine Reduktion der in die Lösung eingehenden Randwerte und damit eine Verminderung der Zahl der Dimensionslosen, durch die das Problem bestimmt wird. Nusselt bemerkt, daß er „die potentielle Energie vernachlässigt und demzufolge den Druck in großer Entfernung vom Körper als konstant (unabhängig von z) ansetzt". Er vernachlässigt also dessen Gefälle, das von gleicher Ordnung wie der Auftrieb selbst ist und aus dem gerade nach Abzug der Volumenkraft der Schwere

[1]) H. Gröber, Die Grundgesetze der Wärmeleitung und des Wärmeübergangs. S. 232. Springer 1926.

[1]) Z. B. ändert sich β für Wasser von 20° für $\vartheta = 5°$ um 10 Proz. seines Wertes.

das Auftriebsglied entsteht. Nusselt muß infolge dessen die Auftriebskraft (2b) ad hoc „näherungsweise statt des Gewichtes als Massenkraft" einführen. Im Druckglied der Impulsgleichung rechnet er dann den Druck als Differenz gegen den konstant vorausgesetzten statischen Druck in großer Entfernung (p_∞). Diese Druckdifferenz gegen p_∞ hat demnach mit dem Bewegungsdruck p^* allein die Tatsache gemeinsam, daß beide im Unendlichen Null werden, was für das Randwertproblem allerdings von Wichtigkeit ist.

2. Im Auftriebsglied stehen als Faktoren die variable Dichte ϱ des jeweiligen Volumenelementes und ein Ausdehnungskoeffizient β, der für den praktisch wichtigsten Fall von Gasen als Medium auch für große Temperaturdifferenzen für das ganze Feld konstant $= 1/T_\infty$ ist. Nusselt formte das Auftriebsglied so, daß als Faktoren die konstante Dichte ϱ_∞ und ein Ausdehnungskoeffizient $r = 1/(T_\infty + \vartheta)$ auftreten, der also im Feld von Ort zu Ort verschieden ist. Dieser bei großen Temperaturdifferenzen beträchtlichen Veränderlichkeit des Ausdehnungskoeffizienten trägt er bei der Bildung der Kenngröße Gr durch eine Mittelbildung von $r = 1/T$:

$$r_m = \frac{1}{T_W - T_\infty} \int_{T_\infty}^{T_W} r \, dT$$

Rechnung, während sich β in unserer Darstellung eindeutig und einfacher als $1/T_\infty$ ergibt.

Da die mathematische Auflösung des Differentialgleichungssystems (3a, b, c) bisher nur für die einfachsten Randbedingungen[1]) gelungen ist, müssen wir uns für allgemeinere Fälle darauf beschränken, aus der großen Zahl der in das Problem eingehenden dimensionierten Variablen die maßgebenden dimensionslosen Kenngrößen zu bilden, um mit ihrer Hilfe das Versuchsmaterial ordnen zu können. Für die strenge Durchführung einer solchen Betrachtung können wir aber auch nicht, wie sich im folgenden zeigen wird, den Existenz- und Unitätssatz unseres Problems entbehren, also den Satz, der angibt, durch wie viele und durch welche willkürlich vorzuschreibende Randwerte der Variablen unser System überhaupt eine und dann auch nur eine einzige Lösung besitzt. Doch selbst Existenz- und Unitätsbeweis für unsere Randwertaufgabe fehlen heutzutage noch und dürften auch nicht so leicht erbracht werden, wenn man die außerordentlich schwierigen Existenz- und Unitätsbeweise betrachtet, die in den letzten Jahren von L. Lichtenstein[2]) für eine Reihe von rein hydrodynamischen, also relativ „einfachen" Randwertaufgaben ideeller und zäher Flüssigkeiten gegeben werden konnten.

Für den physikalisch in erster Linie interessierenden Fall zäher Flüssigkeiten (mit Berücksichtigung der Trägheitsglieder) liegen nun Existenz- und Unitätsbeweis erst für ein einziges spezielles Randwertproblem[1]) vor, nämlich für die stationäre Bewegung einer zähen Flüssigkeit, die in einem starren, endlichen Gefäß eingeschlossen ist und in die auch feste Körper eingetaucht sein können, überdies allein für langsame (jedoch endliche) Bewegungen. In allen anderen allgemeineren hydrodynamischen Problemen — z. B. in dem wichtigen der Rohrströmung — und natürlich erst recht in allen thermo-hydrodynamischen Problemen fehlt der Existenz- und Unitätsbeweis. Die genaue Zahl der abhängigen oder unabhängigen Kenngrößen in den Widerstands- oder Wärmeübergangsgesetzen läßt sich dann nicht mehr (vgl. B, 4) rein deduktiv herleiten, sondern die Erfahrung, oder wenn eine solche noch nicht vorliegt, die physikalische Vermutung müssen den Existenz- und Unitätsbeweis ersetzen und uns sagen, durch welche Randwerte das vorliegende Problem eindeutig bestimmt ist.

B. Der Fall kleiner Temperaturdifferenz zwischen Körper und Flüssigkeit.

Vom Problem der freien Konvektion interessiert uns in erster Linie die Frage: Durch welche Kenngrößen ist die der übergehenden Wärmemenge bestimmt? Nusselt beantwortete diese Frage auf Grund von Ähnlichkeitsbetrachtungen an den Differentialgleichungen. Wir wollen auf anderem Wege vorgehen, nämlich die Frage: Von welchen dimensionierten Größen hängt die übergehende Wärmemenge ab? an den Anfang stellen und dann durch Dimensionsbefreiung zu den dimensionslosen Variablen des Problems kommen. Daraufhin erst wird vorteilhafterweise die Nusseltsche Ähnlichkeitsbetrachtung diskutiert.

1. Die unabhängigen Variablen.

Zunächst soll der Fall kleiner Temperaturdifferenz zwischen Körper und Umgebung behandelt werden. Darunter verstehen wir die von Nusselt, Davis u. a. eingeführte, das Problem beträchtlich vereinfachende Annahme, daß die Eigenschaftswerte des Mediums im ganzen Felde als konstant angesehen werden sollen. Wir sprechen also nur von festen Werten von ϱ, μ, λ, c. Daß auch die Dichte ϱ als konstant be-

1) Ebenes Problem der vertikalen Platte bei kleiner Temperaturdifferenz.

2) Zusammengestellt in L. Lichtenstein, Grundlagen der Hydromechanik S. 415ff. Springer 1929.

1) Vgl. L. Lichtenstein a. a. O. S. 493. — Auch F. Odqvist, Die Randwertaufgaben der Hydrodynamik zäher Flüssigkeiten. S. 82. Diss. Stockholm 1928.

rechtet werden kann, mag zunächst befremdlich erscheinen, weil damit Ausdehnung und Auftrieb und somit die gesamte Konvektion in Frage gestellt scheint. Dies ist jedoch nicht der Fall, sondern man nur den Grenzübergang geeignet vornimmt.

Bezeichnet man die Dichteänderung mit

$$\Delta\varrho \equiv \varrho_\infty - \varrho,$$

so lautet (vgl. (3a)) die Trägheitskraft:

$$\varrho\mathfrak{w} \circ \operatorname{grad}\mathfrak{w} \equiv (\varrho_\infty - \Delta\varrho)\,\mathfrak{w} \circ \operatorname{grad}\mathfrak{w} \equiv$$

$$\equiv \varrho_\infty\left(1 - \frac{\Delta\varrho}{\varrho_\infty}\right)\mathfrak{w} \circ \operatorname{grad}\mathfrak{w}$$

und die Auftriebskraft:

$$-\varrho\mathfrak{g}\beta\vartheta = -\mathfrak{g}\Delta\varrho = -\varrho_\infty\left(1 - \frac{\Delta\varrho}{\varrho_\infty}\right)\mathfrak{g}\beta\vartheta.$$

Ein Grenzübergang $\Delta\varrho \to 0$ würde (wie die mittleren Glieder zeigen) zwar in den Trägheitsgliedern ϱ durch ϱ_∞ ersetzen, und damit die gewünschte Vereinfachung bringen, gleichzeitig aber, wie gefürchtet, das Auftriebsglied selbst zu Null machen. Es genügt aber bereits (wie die rechten Glieder zeigen) nur $\frac{\Delta\varrho}{\varrho_\infty} \ll 1$ zu machen, um in allen Gliedern, in denen ϱ als Faktor auftritt, dieses durch ϱ_∞ ersetzen zu können, ohne daß damit der Auftrieb Null wird.

Diese Bedingung für ϱ und die entsprechenden für μ, λ, c (bei Flüssigkeiten auch für β) sind bei kleiner Temperaturdifferenz erfüllt[1]). Die Gleichungen (3a, b, c) gehen hierdurch — abgesehen vom Auftriebsglied — in die bekannten Gleichungen für inkompressible Flüssigkeiten mit konstanten Flüssigkeitseigenschaften über. Der „Fall kleiner Temperaturdifferenz" ist also durchaus zu verwirklichen, wenn auch die meisten bisher vorliegenden Wärmeübergangsversuche bei wesentlich größeren Temperaturdifferenzen vorgenommen wurden.

Die in der Zeiteinheit übergehende Wärmemenge berechnet sich nach der bekannten Beziehung

$$Q = -\int \lambda_W \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial n}\right)_W df. \qquad (4)$$

Denken wir uns das Temperaturfeld ϑ (Ortsvektor $\mathfrak{r}$) als Lösung des Differentialgleichungssystems gefunden, so kann es bei gegebener geometrischer Anordnung, die nur durch eine Länge l charakterisiert sein soll, im Höchstfalle von allen in den Differentialgleichungen auftretenden Kombinationen der Eigenschaftswerte des Mediums abhängen. Es sind verschiedene, aber immer gleich viele Kombinationen möglich. Wir wählen vorteilhaft die folgenden. Die Impulsgleichung nach Division mit ϱ liefert ϱ aus dem Druck-, $\frac{\mu}{\varrho}$ (= kinematische Zähigkeit ν) aus dem Reibungs- und $g\beta$ aus dem Auftriebsglied. Die Wärmetransportgleichung nach Division mit $c\varrho$ liefert $\frac{\lambda}{c\varrho}$ (= Temperaturleitfähigkeit a).

Weiterhin werden in die Lösung des Temperaturfeldes noch diejenigen Randwerte der Variablen eingehen, durch die das Problem eindeutig bestimmt wird. Nach dem oben Gesagten sind wir hier auf physikalische Vermutungen angewiesen. Im Höchstfalle könnten die Werte des Bewegungsdruckes, der Geschwindigkeit und der Temperatur an der Körperoberfläche und in großer Entfernung in Betracht kommen. Die Definition der freien Konvektion besagt, daß im Unendlichen die Geschwindigkeit Null ist. Demnach herrscht dort die hydrostatische Druckverteilung nach (2a) und der Bewegungsdruck ist ebenfalls Null. An der Körperoberfläche ist die Geschwindigkeit wegen der Haft-Bedingung gleich Null, während der Wert des Bewegungsdruckes augenscheinlich nicht zu den frei verfügbaren Randwerten gehört, da wir keine Mittel besitzen, ihn willkürlich zu verändern, ohne gegen die Bedingung der freien Konvektion zu verstoßen. Er gehört offenbar zu den abhängigen Größen. Die Randwerte von Druck und Geschwindigkeit liefern also keine neuen Bestimmungsstücke des Temperaturfeldes. Von ausschlaggebender Wichtigkeit dagegen sind offenbar die Randwerte der Temperatur, T_W an der Körperoberfläche und T_∞ in großer Entfernung vom Körper. Doch da in den Differentialgleichungen nur Temperaturdifferenzen gegen T_∞ stehen (wie im Auftriebsglied) oder der Anfangspunkt der Temperaturzählung überhaupt gleichgültig ist (wie in der Wärmetransport-Gleichung), reduzieren sich die notwendigen Randwerte der Temperatur offenbar auf die eine Angabe der Differenz $\Theta = T_W - T_\infty$.

Das Temperaturfeld ist also eine Funktion folgender Größen:

$$\vartheta = f_1(\mathfrak{r}; l, \varrho, \nu, g\beta, a; \Theta). \qquad (5)$$

Hier enthält ϱ als einzige Variable die Dimension der Masse, so daß aus Dimensionsgründen folgt, daß die Gleichung (5) zu allgemein angesetzt ist. Sie darf ϱ nicht enthalten und muß heißen:

$$\vartheta = f_1(\mathfrak{r}; l, \nu, g\beta, a, \Theta). \qquad (6)$$

[1]) In Gasen, bei denen die Dichte die stärkste Temperaturabhängigkeit aufweist, ist hiernach eine Temperaturdifferenz von 10° (Luft bei Zimmertemperatur) gestattet, wenn man sich mit einer Genauigkeit von 5 Proz. begnügt. In Flüssigkeiten, bei denen die Abhängigkeit der Zähigkeit mit der Temperatur ausschlaggebend ist, ist bei gleicher Genauigkeit noch eine Temperaturdifferenz von etwa 2° (Wasser von 50°) erlaubt.

Mit Rücksicht darauf, daß die Körperoberfläche als isotherm von der Temperatur T_W angesehen werden kann[1]), so daß — auch für große Temperaturdifferenzen — $\lambda_W = \text{const}$ ist, kann (4) geschrieben werden:

$$\frac{Q}{\lambda_W} = -\int \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right)_W df.$$

Ersetzen wir hierin $\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right)_W$ durch die aus (6) folgende Beziehung

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right)_W = f_2(\mathfrak{r}_W; l, \nu, g\beta, a, \Theta)$$

($\mathfrak{r}_W$ = Ortsvektor an der Körperoberfläche),

so erhält man, da der Ortsvektor $\mathfrak{r}_W$ bei der Integration über die Körperoberfläche herausfällt:

$$\frac{Q}{\lambda_W} = f_3(l, \nu, g\beta, a, \Theta) \tag{7}$$

oder

$$F\left(\frac{Q}{\lambda_W}, g\beta, a; l, \nu, \Theta\right) = 0. \tag{8}$$

2. Das Wärmeübergangsgesetz.

Auf die Beziehung (8) wenden wir das bekannte Schema der Dimensionsbefreiung an. Nach einem allgemeinen Satze[2]) lassen sich aus einer Funktion von n dimensionierten Variablen, in denen m Dimensionen auftreten, $n - m$ dimensionslose Variable bilden. Dies ergibt für den vorliegenden Fall, da $n = 6$, $m = 3$ (Länge, Zeit, Grad, nicht Masse[3])) drei Kenngrößen:

$$Nu = \frac{Q}{\lambda \Theta l}; \; Gr = \frac{l^3 g \beta \Theta}{\nu^2}; \; Pr = \frac{\nu}{a}. \tag{9}$$

Das Gesetz des Wärmeüberganges hat also für den Fall kleiner Temperaturdifferenz zwischen Körper und Flüssigkeit die Form:

$$Nu = F(Gr, Pr). \tag{10}$$

3. Diskussion des Resultates.

Oben erhielten wir das Ergebnis, daß das Temperaturfeld (6) und die übergehende Wärmemenge (8) nicht explizit durch die Dichte ϱ bestimmt sind, sondern daß diese nur implizit in den Kombinationen ν und a als unabhängige Variable auftritt. Entsprechend kommt auch in den Kenngrößen Gr und Pr die Dichte nicht explizit vor. Das gleiche Resultat wie (10) würde man auch direkt erhalten, wenn man in der Impulsgleichung (3a) nach Division mit ϱ das Druckglied $-\frac{1}{\varrho} \operatorname{grad} p^*$ streichen würde, da es das einzige Glied ist, in dem ϱ explizit auftritt.

Hieraus darf nicht gefolgert werden, daß der Gradient des Bewegungsdruckes allgemein im ganzen Felde zu vernachlässigen ist, wie man dies im Falle der freien Konvektion an einer vertikalen Platte getan hat[1]) und wo dies in der Tat, wie neuerdings[2]) gezeigt worden ist, gestattet ist. Vielmehr gibt es bei allen Körpern, die sich nach oben zu verjüngen (Kugel, Zylinder, horizontale Scheibe) sicher Gegenden des Feldes, wo grad p^* nicht zu vernachlässigen, sondern von wesentlichem Einfluß auf den Wärmeübergang ist. Wie Beobachtungen mit Rauch an einer horizontalen, dicken quadratischen Scheibe ($Gr \sim 10^7$[3]) oder Schlierenaufnahmen am Zylinder[4]) ($Gr \sim 10^4$) zeigen, erfolgt die Strömung in der Gegend der mittleren Plattenebene, bzw. des Äquators, vertikal nach oben, reißt aber dann im weiteren Verlauf nicht gleich von der Körperoberfläche ab, sondern biegt nach innen ein. Auf die Flüssigkeitsteilchen müssen also Kräfte normal zur Bewegungsrichtung einwirken. Nun wirken aber in der genannten Gegend sowohl die Auftriebskräfte in der Bewegungsrichtung, nämlich vertikal[5]) ($\mathfrak{k}\, g\, \varrho\, \beta\, \vartheta$), wie auch die Reibungskräfte[6]) ($\mathfrak{k}\, \mu \Delta w$) vertikal, also in der Bewegungsrichtung, da die horizontalen Komponenten der Geschwindigkeit entweder Null oder doch gegenüber der vertikalen Hauptströmungsrichtung ($\mathfrak{k} w$) zu vernachlässigen sind. Die Normalbeschleunigung der Teilchen kann also nur auf Druckkräfte zurückgeführt werden, die so stark sind, daß sie das Strömungsbild und damit auch die übergehende Wärmemenge wesentlich beeinflussen.

4. Diskussion der Nusseltschen Ähnlichkeitsbetrachtung.

Hier soll einiges über die von Nusselt durchgeführte Ähnlichkeitsbetrachtung gesagt werden.

---

1) Das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeit des Körpers zu der der Flüssigkeit ist im allgemeinen sehr groß. (z. B. für Kupfer und Luft 15000 : 1.)

2) Vgl. z. B. M. Weber, Jahrb. der schiffbautechn. Ges. **31**, S. 274, § 77, 1930; auch W. Herrmann, VDI-Zeitschr. **75**, 611, 1931; auch P. W. Bridgman, Dimensional Analysis, S. 36ff., London 1922.

3) $\frac{Q}{\lambda}$ hat die Dimension cm · grad.

1) L. Lorenz, Wied. Ann. **13**, 582, 1881. Auch W. Nusselt u. W. Jürges, VDI-Zeitschr. 72, 597, 1928.

2) E. Schmidt u. W. Beckmann, Tech. Mech. u. Thermodyn. **1**, 341, 1930.

3) Eine noch unveröffentlichte Leipziger Dissertation von R. Weise.

4) B. Ray, Proc. Indian Assoc. Cult. Science **6**, 95, 1920; auch Nelson, Phys. Rev. **23**, 94, 1924.

5) $\mathfrak{k}$ = Einheitsvektor in der Richtung der z-Achse, entgegengesetzt der Richtung der Schwerkraft.

6) w = z-Komponente der Geschwindigkeit w.

Nusselt setzt für zwei zu vergleichende Systeme die Ähnlichkeit aller Felder im Innern und auf dem Rande voraus, also z. B. für die Geschwindigkeit:

$$\frac{w_1}{w_2} = f_W = \text{const},$$

geht mit diesen Voraussetzungen in die Differentialgleichungen und erhält aus ihnen für den nicht-stationären Fall fünf Ähnlichkeitsbedingungen (dortige Gleichungen 8 bis 12). Für den hier allein interessierenden stationären Fall fällt dortige Gleichung (9) weg und es bleiben:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f_\mu = f_W \cdot f_\varrho \cdot f_l & \text{c) } f_\mu^2 = f_l^3 \cdot f_\varrho^2 f_g f_\beta f_\Theta \\ \text{b) } f_p = f_W^2 \cdot f_\varrho & \text{d) } f_\lambda = f_\mu f_c \end{array} \qquad (11)$$

Hierzu bemerkt Nusselt: „Die Grenzbedingungen verlangen nur $\vartheta_{W_2} = f_\Theta \cdot \vartheta_{W_1}$. Die Verhältniszahl f_W der Geschwindigkeiten darf sich beliebig ergeben, da die Geschwindigkeit in den Grenzbedingungen nicht vorkommt. Es können deshalb f_W und f_p den Gleichungen (11a) und (11b) entsprechend gewählt werden." Als Ähnlichkeitsbedingungen bleiben also nur die beiden (11c) und (11d), die gleichbedeutend sind mit

$$Gr_1 = Gr_2 \text{ und } Pr_1 = Pr_2.$$

Obwohl diese Betrachtung Nusselts zu einem Ergebnis führt, das sich mit dem unsrigen (10) deckt, so wird sie doch nicht dem von uns eingenommenen Standpunkte gerecht und ist etwa durch folgende zu ersetzen.

Die vier Bedingungen (11a bis d), oder die mit ihnen gleichwertigen

$$\begin{array}{ll} \text{a) } Re_1 = Re_2 & \text{c) } Gr_1 = Gr_2 \\ \text{b) } Eu_1 = Eu_2 \text{ [1]} & \text{d) } Pr_1 = Pr_2 \end{array} \qquad (12)$$

folgen aus den Differentialgleichungen unter der Voraussetzung vollständiger Ähnlichkeit beider Systeme. Da sich aus der Betrachtung der Randwerte keine weiteren Bedingungen ergeben, genügen diese vier Bedingungen auch sicher, die Ähnlichkeit zweier Systeme zu gewährleisten, m. a. W., sie sind hinreichende Ähnlichkeitsbedingungen. Welche von ihnen auch notwendig sind und welche anderen entbehrlich (weil von den ersten abhängig) sind, ist streng deduktiv — wie man die zitierten Sätze Nusselts auffassen könnte — überhaupt nicht zu entscheiden, da Existenz- und Unitätssatz unseres Randwertproblems fehlen, die aussagen würden, durch welche Randwerte unser Problem eindeutig bestimmt ist und von welchen Größen die Felder der Variablen abhängen. Wir kommen also in der strengeren Durchführung der von den Differentialgleichungen ausgehenden Ähnlichkeitsbetrachtung zu Schwierigkeiten, die uns zwingen, schließlich denselben, auf physikalischen Vermutungen beruhenden Weg einzuschlagen, den wir in unserer Ableitung der Ähnlichkeitsbedingungen von vornherein eingeschlagen haben.

Wie dort für das Temperaturfeld, müssen wir jetzt eine analoge Betrachtung für die Felder der Geschwindigkeit und des Bewegungsdruckes[1]) durchführen und gelangen dann entsprechend (5) zu folgenden Aussagen:

$$w = f_4(\tau; l, \varrho, \nu, g\beta, a; \Theta) \qquad (13)$$

$$p^* = f_5(\tau; l, \varrho, \nu, g\beta, a; \Theta). \qquad (14)$$

Hier ist im Ausdruck für die Geschwindigkeit (13) wie früher in (5) ϱ aus Dimensionsgründen zu streichen:

$$w = f_4(\tau; l, \nu, g\beta, a; \Theta), \qquad (13')$$

während ϱ in (14) stehen bleiben muß, da auch der Druck die Masse enthält. Hierdurch ist in (14) sowohl die Zahl der Variablen, wie auch die Zahl der Dimensionen um eins größer als in (6) und (13'), so daß die Zahl der zu bildenden Kenngrößen in allen Fällen die gleiche ist. Nach dem Schema der Dimensionsbefreiung erhält man aus (6), (13'), (14):

$$\frac{\vartheta}{\Theta} = f_1\left(\frac{\tau}{l}; Gr, Pr\right); \quad \frac{w \cdot l}{\nu} = f_4\left(\frac{\tau}{l}; Gr, Pr\right); \quad \frac{p^* \cdot l^2}{\varrho \nu^2} = f_5\left(\frac{\tau}{l}; Gr, Pr\right). \qquad (15)$$

D. h.: die dimensionslosen Felder der Temperatur, der Geschwindigkeit und des Bewegungsdruckes sind sämtlich Funktionen derselben unabhängigen Variablen Gr und Pr.

Wählen wir jetzt aus Geschwindigkeits- und Druckfeld Standardwerte von Geschwindigkeit (W) und Bewegungsdruck (P^*) an vorgeschriebenen Stellen $\frac{\tau_0}{l}$ aus, so sind die aus ihnen gebildeten Dimensionslosen alleinige Funktionen von Gr und Pr:

$$\frac{W \cdot l}{\nu} = F_1(Gr, Pr); \quad \frac{P^* \cdot l^2}{\varrho \nu^2} = F_2(Gr, Pr).$$

Benutzen wir an Stelle der zweiten Gleichung diese durch das Quadrat der ersten dividiert und führen die Abkürzungen

$$Re = \frac{W \cdot l}{\nu} \text{ und } Eu = \frac{P^*}{\varrho W^2}$$

ein, so ergibt sich:

$$Re = F_1(Gr, Pr); \; Eu = F_3(Gr, Pr), \qquad (16)$$

[1]) d. i. ein Widerstandskoeffizient.

[1]) Von der Nusseltschen Form der Impulsgleichung ausgehend, wäre im folgenden p^* durch die Differenz des Druckes gegen p_∞ zu ersetzen (vgl. A, Punkt 1).

d. h.: Reynoldssche Zahl und Widerstandskoeffizient sind Funktionen von Gr und Pr. Sind also in zwei Systemen $Gr_1 = Gr_2$ und $Pr_1 = Pr_2$, so folgt hieraus auch $Re_1 = Re_2$ und $Eu_1 = Eu_2$, d. h. die vier hinreichenden Ähnlichkeitsbedingungen (12) reduzieren sich in der Tat auf die zwei notwendigen Ähnlichkeitsbedingungen

$$Gr_1 = Gr_2 \text{ und } Pr_1 = Pr_2.$$

Wir sehen außerdem aus diesem Beispiel, daß streng deduktiv niemals aus Ähnlichkeitsbetrachtungen allein, sondern nur bei Kenntnis des Existenz- und Unitätssatzes eine Beziehung zwischen den Kenngrößen abgeleitet werden kann, die in bezug auf notwendige und hinreichende Ähnlichkeitsbedingungen, bzw. unabhängige und abhängige Kenngrößen, einwandfrei ist. Diese Beziehung war in unserem Fall die Form des Wärmeübergangsgesetzes bei freier Konvektion. Die Betrachtungen gelten aber ganz analog auch bei rein hydrodynamischen Problemen, wo es sich darum handelt zu entscheiden, in welchen Fällen Re und Eu (d. h. ψ) voneinander abhängige (z. B. Rohrströmung) oder unabhängige (z. B. Turbinenströmung) Kenngrößen sind.

C. Der Fall großer Temperaturdifferenz zwischen Körper und Flüssigkeit.

1. Die unabhängigen Variablen.

Für den Fall großer Temperaturdifferenz sind die Eigenschaften ϱ, μ, λ, c (für Flüssigkeiten auch β) im Felde als variabel anzusehen. (Für Gase ist β auch dann noch konstant; vgl. A.) Dann genügt offenbar die Angabe ihrer Werte allein im Unendlichen nicht mehr zur Bestimmung des Problems, vielmehr muß außerdem ihre Temperaturabhängigkeit bekannt sein. Denkt man sich diese z. B. für μ in der Form $\mu = f(T)$ gegeben, so sind durch T_∞ und T_W auch μ_∞ und μ_W und durch das Temperaturfeld auch die μ-Werte im ganzen Feld bestimmt. Einer Ähnlichkeitsbetrachtung, die Aussagen für verschiedene Flüssigkeiten liefern soll, ist mit diesem allgemeinen Ansatz aber nichts gedient, da die Funktion f für jede Flüssigkeit eine andere wäre.

Nusselt hat nun angegeben, daß man durch die Annahme, daß die Temperaturabhängigkeiten der Flüssigkeitseigenschaften sich durch Potenzgesetze von der Form

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \tag{17}$$

(μ_0 der Wert von μ bei der beliebig gewählten Temperatur T_0) annähern lassen, zu der für große Temperaturdifferenz neu hinzutretenden Ähnlichkeitsbedingung

$$\frac{T_W}{T_\infty} = \text{const}$$

geführt wird. Er gelangt zu diesem Resultat durch eine im einzelnen nicht ausgeführte Ähnlichkeitsbetrachtung an den allgemeinen, mit temperaturabhängigen ϱ, μ, λ, c geschriebenen Differentialgleichungen. Aus den gleichen Gründen, die bei der Diskussion (B, 4) der Nusseltschen Ähnlichkeitsbetrachtung für kleine Temperaturdifferenz angeführt wurden, erscheint es uns wünschenswert, auch für den Fall großer Temperaturdifferenz eine neue Ableitung des Wärmeübergangs-Gesetzes durchzuführen. Wir gelangen zum gleichen Resultat wie Nusselt, allerdings unter teilweise anderen, etwas schärfer formulierten Voraussetzungen.

Zunächst seien Gase im engeren Sinne betrachtet ($\beta = \text{const}$). Sind die Temperaturabhängigkeiten der Eigenschaften ϱ, μ, λ, c durch Gleichungen der Form (17) mit ϱ_0, μ_0, λ_0, c_0 bei der Temperatur T_0 (etwa $T_0 = 273^0$) und den entsprechenden Exponenten m, n, p, q gegeben, so sind ihre Felder — und damit das ganze Problem — offenbar erst eindeutig bestimmt durch das Feld der absoluten Temperaturen. Es genügt also nicht, wie im Falle kleiner Temperaturdifferenz, die Angabe der Differenz Θ der Randwerte der Temperatur, sondern es müssen T_W und T_∞ einzeln (bzw. Θ und T_∞) gegeben sein. Ganz entsprechend wie im Falle kleiner Temperaturdifferenz (vgl. (7)) sieht man nun, daß Q nicht durch ϱ, μ, λ, c separat, sondern bereits durch die Kombinationen ν und a, sowie den festen Wert λ_W bestimmt ist. Es genügt also, die Forderung der Potenzgesetze auf ν und a (Exponenten m', n') zu beschränken. Nur für den Fall, daß die Kenngröße Nu nicht mit dem Werte λ_W gebildet werden soll, ist die Forderung auch auf λ (Exponent p') auszudehnen. Die übergehende Wärmemenge hängt also im Falle großer Temperaturdifferenz von folgenden Größen ab (vgl. (7)):

$$\frac{Q}{\lambda_W} = f(l; v_0, g\beta, a_0; \Theta, T_\infty; m', n')$$

oder unter Beschränkung auf Gase mit gleichen Exponenten m' bzw. n':

$$\frac{Q}{\lambda_W} = f(l, v_0, g\beta, a_0, \Theta, T_\infty). \tag{18}$$

Für Flüssigkeiten im engeren Sinne ist auch für β ein Potenzgesetz anzunehmen und in (18) β durch β_0 zu ersetzen.

2. Das Wärmeübergangsgesetz.

Die Beziehung (18) für die übergehende Wärmemenge unterscheidet sich von der entsprechenden (7) für kleine Temperaturdifferenz im wesentlichen durch die neu hinzutretende dimensionierte Variable T_∞. Die Dimensions-

Eigenschaft	Medium	Exponent	Temperaturbereich	Abweichung
ν	Luft	+ 1,680	0^0—1000^0	± 1,8 Proz.
	Wasserstoff	+ 1,618	0^0—1000^0	± 2,3 Proz.
	Sauerstoff	+ 1,695	0^0—1000^0	± 2,3 Proz.
	Wasser	— 5,55	5^0—100^0	± 9,3 Proz.
a	Luft	+ 1,738	0^0—1000^0	± 1,1 Proz.
	Wasser	+ 0,96	5^0—75^0	± 0,3 Proz.
β	Wasser (20^0)	+ 4,41	20^0—70^0	± 3,5 Proz.

befreiung liefert demnach außer den bereits bekannten Kenngrößen Nu, Gr, Pr eine neue, die durch Dimensionsbefreiung von T_∞ z. B. durch Θ entsteht, und demnach $\frac{T_\infty}{\Theta}$ oder $\frac{\Theta}{T_\infty}$ oder auch $\frac{T_W}{T_\infty}$ lautet. Die letzte Form wurde von Nusselt benutzt. Wir wählen die zweite Form und schreiben sie mit Rücksicht auf die Form der übrigen Kenngrößenabkürzungen und zur Erinnerung, daß es sich um ein Temperaturverhältnis handelt:

$$Te = \frac{\Theta}{T_\infty}.$$

Das Gesetz des Wärmeüberganges hat also für den Fall großer Temperaturdifferenz zwischen Körper und Flüssigkeit unter den gemachten Voraussetzungen über die Temperaturabhängigkeit der Flüssigkeitseigenschaften die Form:

$$Nu = F(Gr, Pr, Te). \qquad (19)$$

Dieses Ergebnis ist mit dem von Nusselt gewonnenen identisch. Nusselt jedoch setzte (auch bei Gasen) für alle fünf Eigenschaften des Mediums ϱ, μ, λ, c, β die Temperaturabhängigkeit in Potenzform voraus. Wie die Ableitung zeigte, können jedoch diese Forderungen bei Gasen auf die zwei für a und ν, bei Flüssigkeiten auf die drei für a, ν, β reduziert werden. Unabhängig hiervon ergab sich weiterhin eine — von Nusselt nicht erwähnte — Einschränkung in der Anwendbarkeit der erhaltenen Ähnlichkeitsbedingungen allein auf solche Flüssigkeiten und Gase, die für die entsprechenden Eigenschaften jeweils gleiche Exponenten der Potenzgesetze aufweisen. Diese Einschränkung zieht der Anwendbarkeit des Resultats enge Grenzen, da gegenwärtigstenfalls verschiedene Gase oder verschiedene Flüssigkeiten, niemals aber Gase und Flüssigkeiten gleichzeitig diese Bedingungen erfüllen können. In diesem Falle kann man lediglich die Meßwerte jedes Gases (bzw. jeder Flüssigkeit) für sich auf $Te = 0$ extrapolieren und dann die „Grenzgesetze für kleine Temperaturdifferenzen" $Nu = f(Gr, Pr)$ untereinander vergleichen (vgl. D).

Die obenstehende Zusammenstellung zeigt die Exponenten der Potenzgesetze, durch welche die Temperaturabhängigkeiten von ν, a und β für verschiedene Medien im genannten Temperaturbereich mit der angegebenen Abweichung angenähert werden können.

Die Kenngrößen in (19) waren gemäß der Ableitung mit den Werten ν_0, a_0 (bei der Temperatur T_0) und λ_W (bei der Temperatur T_W) zu bilden. An ihre Stelle können aber auch die Werte bei irgendeiner anderen Temperatur, z. B. bei T_W oder T_∞, treten, da diese neuen Werte mit den alten durch die Potenzgleichungen eindeutig zusammenhängen. Welche Werte man wählt, ist prinzipiell gleichgültig. Je nach der Wahl wird die Abhängigkeit der Nu-Zahl von Te verschieden ausfallen. Aus praktischen Gründen kann man etwa eine solche Darstellung bevorzugen, in der die Abhängigkeit von Te möglichst gering sein wird. Nusselt benutzte bei der Darstellung des Versuchsmaterials Mittelwerte von der Form

$$\mu_m = \frac{1}{\Theta} \int_{T_\infty}^{T_W} \mu \, dT,$$

während Davis die Eigenschaftswerte bei der Temperatur $T_m = \frac{1}{2}(T_W + T_\infty)$ nahm. Beide Mittelwerte erfüllen die notwendige Bedingung, daß sie mit dem Werte μ_0 durch die bekannten Größen T_0, T_W, T_∞, m eindeutig zusammenhängen. Da wir (in D) gerade die Abhängigkeit der Nu-Zahl von Te demonstrieren wollen, benutzen wir — aus Gründen der Einheitlichkeit und um jegliche Verwaschung durch Mittelbildung zu verhindern — die Eigenschaftswerte bei der Temperatur T_W. Für die Bildung von Nu ergab sich ja der Wert λ_W sogar zwangläufig, falls man kein Potenzgesetz für λ voraussetzte.

3. Diskussion der Ähnlichkeitsbedingung $Te = \text{const}$.

Die Aussage, daß für große Temperaturdifferenz Nu auch von Te abhängt, hat hinsichtlich der Ähnlichkeit eine interessante anschauliche Deutung. Besitzen zwei zu vergleichende Systeme (Index 1 und 2) gleichen Gr-, Pr- und

Te-Wert, so bedeutet dies nach einer zu (15) analogen Gleichung für große Temperaturdifferenz:

$$\frac{\vartheta}{\Theta} = f(\mathfrak{r}^*, Gr, Pr, Te),$$

daß die Felder (dimensionsloser Ortsvektor $\mathfrak{r}^*$) der Temperaturdifferenzen ϑ (gegen T_∞) einander ähnlich sind:

$$\frac{\vartheta_1(\mathfrak{r}^*)}{\vartheta_2(\mathfrak{r}^*)} = \frac{\Theta_1}{\Theta_2} = \text{const}. \tag{20}$$

Nur für diese Differenzen ϑ gilt zunächst die Aussage, da (wegen des Auftriebsgliedes) auch nur diese als Lösung der Differentialgleichungen auftreten. Da nun beide Systeme die gleiche Te-Zahl besitzen, d. h.

$$\frac{\Theta_1}{\Theta_2} = \frac{T_{1\infty}}{T_{2\infty}}, \tag{21}$$

so ergibt sich aus (20) und (21):

$$\frac{T_1(\mathfrak{r}^*)}{T_2(\mathfrak{r}^*)} = \frac{T_{1\infty}}{T_{2\infty}} = \text{const}, \tag{22}$$

d. h.: auch die Felder der absoluten Temperaturen sind einander ähnlich.

Diese Tatsache zieht aber sogleich die Ähnlichkeit der Felder der Flüssigkeitseigenschaften nach sich, z. B.

$$\frac{\nu_1(\mathfrak{r}^*)}{\nu_2(\mathfrak{r}^*)} = \frac{\nu_{1\infty}}{\nu_{2\infty}} = \text{const}, \tag{23}$$

wie sich aus der Voraussetzung der Temperaturabhängigkeit in Form von Potenzgesetzen (17) mit gleichen Exponenten und der Beziehung (22) ergibt.

Besitzen nun in den zwei Systemen die „örtlichen" Gr-Zahlen in zwei entsprechenden Punkten (dimensionsloser Ortsvektor $\mathfrak{a}^*$) gleichen Wert

$$\frac{l_1^3 g_1 \beta_1 \vartheta_1(\mathfrak{a}^*)}{\nu_1^2(\mathfrak{a}^*)} = \frac{l_2^3 g_2 \beta_2 \vartheta_2(\mathfrak{a}^*)}{\nu_2^2(\mathfrak{a}^*)},$$

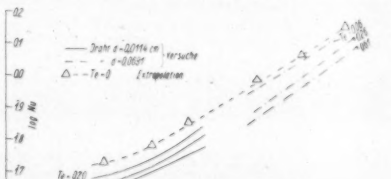
so folgt unter Benutzung von (20) und (23), daß sie dann auch in allen anderen entsprechenden Punkten (etwa $\mathfrak{b}^*$) jeweils gleichen Wert aufweisen:

$$\frac{l_1^3 g_1 \beta_1 \vartheta_1(\mathfrak{b}^*)}{\nu_1^2(\mathfrak{b}^*)} = \frac{l_2^3 g_2 \beta_2 \vartheta_2(\mathfrak{b}^*)}{\nu_2^2(\mathfrak{b}^*)}.$$

Prinzipiell ist es also gleichgültig, welcher Punkt des Feldes zur Bildung der „charakteristischen" Grashof-Zahl benutzt wird.

D. Experimenteller Nachweis der Abhängigkeit der Nu-Zahl von Te.

Zum Schluß sei der bisher noch nirgends experimentell demonstrierte Nachweis der Gleichung (19), d. h. der Abhängigkeit der Nu-Zahl von Te, erbracht. Als Beispiel sind Versuche[1]) mit freier Konvektion an Kupferdrähten bei verschiedenen Temperaturen und Drucken in Luft gewählt. In den Diagrammen der Verfasser, die für jeden Draht bei fester Drahttemperatur die Heizstromstärke als Funktion des Druckes angeben, wurden von uns die eng liegenden Versuchspunkte durch Kurven ausgeglichen und von diesen für den dünnsten und dicksten Draht bei jeder Übertemperatur (d. h. bei $Te = \text{const}$) für 5 Punkte die Dimensionslosen Nu, Gr und Pr berechnet. Der Pr-Wert kann für alle diese Versuche als konstant angesehen werden, da er nur zwischen 0,717 und 0,742 variiert[1]). Die Figur gibt



das Resultat in einem Nu/Gr-Diagramm mit Te als Parameter[2]). Die Differenz zwischen den Nu-Werten für den kleinsten und größten Te-Wert (~ 20 Proz.) mußte in den Diagrammen Nusselts und Davis' als breite „Streuung" erscheinen, während sie sich hier als eine Aufspaltung nach Te als Parameter gemäß (19) erweist[3]). Die eingezeichneten Dreiecke sind durch Extrapolation auf $Te = 0$ für verschiedene Gr-Werte gewonnen. Sie lassen sich für beide Drähte zwanglos durch die gestrichelte Kurve ausgleichen, die demnach (vgl. C, 2) das „Grenzgesetz für kleine Temperaturdifferenz" darstellt.

Herrn Professor L. Schiller danke ich für das rege Interesse, das er der Arbeit entgegenbrachte.

1) Kennelly, Wright u. v. Bylevelt, Trans. Americ. Inst. Electr. Eng. 28, Part I, S. 363, 1909. Diese Versuche wurden auch von Nusselt und Davis bearbeitet.

1) Nach den Versuchen von Davis a. a. O. an Flüssigkeiten bedeutet dies nämlich eine Parallelverschiebung der Nu/Gr-Kurven in der Abszissenrichtung um nur etwa 3 Proz., also um eine Ordnung geringer als die Aufspaltung nach Te in dieser Richtung beträgt (400 Proz.).

2) Die Kurven wurden durch Verbindung der umgerechneten Punkte gewonnen.

3) Vgl. Anm. 1 auf S. 426 rechts.

Leipzig, Physikalisches Institut der Universität, Abteilung für angewandte Mechanik und Thermodynamik, den 16. März 1932.

(Eingegangen am 11. April 1932.)

Ein neuer Weg zur röntgenographischen Untersuchung der Vorgänge bei der elastischen und plastischen Verformung polykristalliner Metalle.

Von F. Regler.

(Vorläufige Mitteilung aus der Versuchsanstalt für röntgentechnische Materialuntersuchungen Wien.)

Untersuchungen über die Vorgänge bei der Biegung von Probestäben wurden hauptsächlich im elastischen Gebiet von G. Sachs und J. Weerts[1]) an Duraluminium und in neuerer Zeit von F. Wever und H. Möller[2]) an Flußstahlblechen in der Form ausgeführt, daß die Änderungen des Gitterparameters als Funktion der Durchbiegung nach der Methode von G. Sachs und J. Weerts gemessen wurden. Abgesehen von den bei diesen Untersuchungen auftretenden experimentellen Schwierigkeiten, wie Abstandsbestimmung usw., die durch die vom Verfasser eingeführte Kegelreflexionsmethode[3]) wohl als beseitigt angesehen werden können, geben diese Methoden bloß einen Einblick in die prozentuell sehr geringfügige Änderung der Atomabstände, ohne die Änderung der Kristallanordnung näher zu erfassen.

Nach den Erkenntnissen, die schon seit langem durch Anwendung der Laue methode über den Gleitbiegevorgang der einzelnen Kriställchen bei der Verformung von Einkristallen vorliegen, lag es nahe, ähnliche Untersuchungen über den Gleitmechanismus der Kristalle auch an polykristallinen, technischen Metallproben anzustellen. Um aber bei diesen Untersuchungen sowohl die Meßgenauigkeit durch Verwendung der höheren Ordnungen der Interferenzen möglichst zu steigern, als auch die Verformungen an genau definierten Stellen, also nur an der äußersten Oberfläche, zu untersuchen, ist es zweckmäßig, derartige Röntgendiagramme nicht nach der Laue methode, sondern nach den vom Verfasser angegebenen Reflexionsmethoden[4]) mit ruhendem Film, und zwar hauptsächlich nach der Kegelreflexionsmethode, durchzuführen.

Um genau definierte Bedingungen zu erhalten, werden diese Untersuchungen vom Verfasser mit monochromatischer Strahlung, und zwar hauptsächlich je nach dem zur Untersuchung gelangenden Material, mit *Fe*- oder *Cu-K*-Strahlung ausgeführt. Der Fokus der Seemannschen Glühkathoden-Röntgenröhre, mit der die Untersuchungen durchgeführt wurden, wurde möglichst groß gewählt, um die Blende vollständig mit Röntgenstrahlen zu erfüllen und so einen eventuellen Einfluß der Änderung der Fokusform und -größe auf das Aussehen der Röntgendiagramme zu vermeiden. Die zur Durchführung der Untersuchung verwendeten Blenden hatten wahlweise einen Durchmesser von $2r = 2$ mm und $2r = 1$ mm und eine Länge von 6 cm. Die Blenden ragten in den Kegel fast in ihrer ganzen Länge hinein und gingen gegen das zu untersuchende Probestück konisch zu, um eine eventuelle Abblendung der Reflexionen mit großem Glanzwinkel zu vermeiden. Die Blende wurde vollständig an das Austrittsfenster der Röntgenröhre herangeschoben und hatte ihr Ende von der Grundfläche des Kegels einen Abstand von 1 cm. Der Kegel hatte einen Öffnungswinkel von $2a = 60^0$ und die Grundfläche einen Radius von $R = 4$ cm. Das zur Untersuchung gelangende Material wurde fast vollständig an die mit schwarzem Papier abgeschlossene Grundfläche des Kegels herangeschoben. Bei der zur Verwendung gelangenden langwelligen Röntgenstrahlung erwies sich das Verschließen des Kegels mit schwarzem Papier zweckmäßiger als das Umgeben des Filmes mit diesem Lichtschutz, da die sich am Film im letzteren Falle unvermeidlich abbildende makroskopische Papierstruktur die Meßresultate ungünstig beeinflussen kann.

Sowohl bei der Untersuchung von vollständig entspannten Flußstählen als auch von ebensolchen Proben aus Blei und Kupfer, die durch Abätzen von oberflächlichen Verunreinigungen und Verformungen befreit wurden, zeigten sich bei dieser Untersuchungsmethode immer scharfe Punkte, deren Verbindungslinien Kreissegmente ergaben, wie sie bei der Kegelreflexionsaufnahme von feinkörnigem, pulverisiertem Material entstehen müssen. Durch Vergleichsaufnahmen mit heterogener Röntgenstrahlung konnte nun festgestellt werden, daß diese Punkte in vielen untersuchten Fällen nicht durch grobkörniges Gefüge hervorgerufen wurden, sondern daß die Punkte bloß Teile von Asterismen sind und daß also in den Materialien stets Faserachsen vorhanden sind, die durch die Untersuchung mit Interferenzen in den höheren Ordnungen weitaus deutlicher zutage treten als bei Laue aufnahmen.

Diese Faserachsen sind aber in den meisten Fällen nicht auf Kaltbearbeitung zurückzuführen, sondern durch ein gerichtetes Wachsen der Kristallite, allerdings in allen möglichen Richtungen, bedingt, so daß also aus dieser Erkenntnis folgt, daß Asterismen bei polykristallinen Materialien durch das Wachstum begründet sein können und kein Kennzeichen für Spannungen bilden. Da

1) G. Sachs u. J. Weerts, Zeitschr. f. Phys. **64**, 344—358, 1930.

2) F. Wever u. H. Möller, Archiv f. d. Eisenhüttenwesen 5, 215—218, 1931/32.

3) F. Regler, Zeitschr. f. Phys. **74**, 547—564, 1932.

4) F. Regler, Zeitschr. f. Phys. **71**, 371—388, 1931.

aber diese Faserachsen die verschiedensten Richtungen haben, wirkt das Material makroskopisch isotrop.

In den meisten dieser Fälle ist aber die periphere Breite der Interferenzpunkte y, also der monochromatische Anteil der Asterismen, nicht durch die vom Verfasser in der oben zitierten Arbeit abgeleitete Formel

$$y = \frac{m\pi \sin\alpha \sin 2\vartheta}{90 \sin(2\vartheta - \alpha)} \arcsin \frac{B \sin(2\vartheta - \alpha)}{2m \sin\alpha \sin 2\vartheta},$$

in welcher Formel y die periphere Breite, m den Abstand des Kegelscheitels von dem zu untersuchenden Material und B den Durchmesser

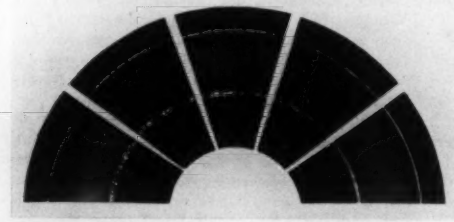


Fig. 1. Ausschnitte aus Kegelreflexionsdiagrammen von Stahl bei zunehmender Durchbiegung.

der Blende bedeuten, gegeben, sondern wesentlich geringer, da die Kleinheit der gerichteten Kristalle eine geringere periphere Interferenzpunktbreite bedingt, als sie durch die Blende hervorgerufen würde.

Um ein Maß für die periphere Breite der Interferenzpunkte zu erhalten, ist es bloß nötig, zahlreiche Punktbreiten im Fraunhoferschen Mikrometer auszumessen und über diese Meßergebnisse zu mitteln. Trotz der großen Verschiedenheit der einzelnen Punkte zeigt sich, daß schon bei der Ausmessung von 30 Punkten einer Netzebene, die nur geeignet aus der Punktmenge herausgegriffen werden müssen, die Röntgendiagramme von verschiedenen Stellen des Materials bis auf $\pm 1 \cdot 10^{-3}$ mm übereinstimmen. Aus der untenstehenden Tabelle I ist zu ersehen, daß zwei Meßreihen von zwei verschiedenen Stellen derselben Stahlprobe trotz 100 proz. Abweichung der Einzelwerte im Mittel als praktisch bereits vollständig identisch anzusehen sind.

Tabelle I.

Periphere Breite der Interferenzpunkte (in 10^{-2} mm) von verschiedenen Stellen desselben unbelasteten Materials.

a)	50	51	37	43	45	43	44	27	42	52	36	57	71	45	44
	61	47	51	65	48	46	32	32	38	31	22	23	38	55	45

Mittelwert = 44,0.

b)	77	44	23	32	37	32	27	41	27	36	51	36	43	41	58
	30	55	57	73	48	43	53	46	51	62	41	26	30	32	57

Mittelwert = 43,9.

Diese Übereinstimmung ergab sich sowohl bei der Ausmessung der Punkte der (022)- als auch der (112)-Linie von Eisen. Bei Blei, Kupfer und anderen Metallen lagen die Verhältnisse vollständig ähnlich.

Nimmt man die auf die oben geschilderte Weise erhaltene periphere Interferenzpunktbreite des spannungsfreien, unverformten Materials als den Wert an, der durch den mittleren Durchmesser der entlang den Faserachsen angeordneten Kriställchen und die Divergenz der primären Röntgenstrahlung bestimmt ist, so muß dieser Wert bei jeder Kaltverformung des Materials sowohl im elastischen als auch im plastischen Gebiet wachsen, da die periphere Breite durch die Größe des Streuwinkels um die Faserachsen gegeben ist, dieser Streuwinkel aber im Mittel bei Gitterdrehung, bzw. Biegegleitung der Kristalle zunehmen muß, wie auch aus Fig. 1 experimentell zu ersehen ist. In dieser Figur sind einzelne Sektoren aus den ganzen Kegelaufnahmen herausgegriffen und zu einer Aufnahme zusammenkopiert. Der erste Sektor in der Fig. 1 zeigt einen Teil des Röntgendiagrammes des unverformten Materials, während die folgenden vier Sektoren je einen Teil der Diagramme des um 0,8, 1,5, 3,2 und 10 mm durchgebogenen Probestabes aus Flußstahl geben. Die verschiedene Distanz der entsprechenden Interferenzlinien der einzelnen Sektoren ist physikalisch bedeutungslos und nur durch aufnahmetechnische Verschiedenheiten bedingt. Die periphere Verbreiterung der Interferenzpunkte geht aus diesen Diagrammausschnitten eindeutig hervor.

Als Verformung wurde vorläufig die Biegung gewählt, da für diesen Fall die elastizitätstheoretischen Grundlagen sowohl von G. Sachs und J. Weerts als auch von F. Wever und H. Möller bereits aufgestellt waren. Die Länge der zu biegenden Strecke, also die Distanz der Auflagepunkte, betrug 100 mm, die Biegung erfolgte durch Druck in der Mitte des Stabes. Die Dimensionen der für die Biegung bestimmten Stäbe waren bei den einzelnen Untersuchungen verschieden. Die Stäbe wurden nun schrittweise durchgebogen und jeweils ein Röntgendiagramm angefertigt. Bei der Ausmessung der peripheren Breiten von je 30 Interferenzpunkten ergab sich

für einen Probestab aus Flußstahl von 6 mm Dicke die in Tabelle II zusammengestellten Werte als Funktion der Durchbiegung.

Tabelle II.

Mittelwerte der peripheren Breite der Interferenzpunkte (in 10^{-2} mm) in Abhängigkeit von der Durchbiegung in Millimeter.

Durchbiegung in mm	Interferenzpunktbreite in 10^{-2} mm
0,0	53
0,05	58
0,1	62
0,15	67
0,2	71
0,4	90
0,6	107
0,7	116
0,8	124
1,0	145
1,1	152
1,2	162
1,3	171
1,4	181

Fig. 2 gibt diesen Zusammenhang graphisch wieder. Bei größeren Durchbiegungswerten als ungefähr 2 mm verfließen für diesen Probestab die Punkte bereits ineinander und machen eine exakte Ausmessung unmöglich. Aus Fig. 2 ist zu ersehen,

Fig. 2. Abhängigkeit der peripheren Interferenzpunktbreite von der Durchbiegung.

daß die periphere Breite der Interferenzpunkte in einem linearen Zusammenhang mit der Durchbiegung steht und daß diese Zunahme sowohl im elastischen als auch im plastischen Gebiet in gleicher Weise erfolgt.

Sowohl aus dem Experiment als auch aus der Überlegung ist zu erkennen, daß bei einem einachsigen Spannungszustand, wie er durch die Durchbiegung hervorgerufen wird, nicht alle Streuwinkel um die Faserachsen um gleiche Beträge zunehmen können, sondern daß die Kristalle, deren Gleitflächen zur Kraftrichtung senkrecht stehen, überhaupt unverändert bleiben, während solche Kristalle, deren Gleitflächen in der Richtung der Kraft liegen, die größte Verformung erleiden werden. Um nun bei Anwendung der Kegelreflexionsmethode ein Maß für die mittlere Größe des Streuwinkels ohne Berücksichtigung der primären Divergenz, der Gitterstörungen und der Eindringtiefe zu erhalten, ist zu bedenken, daß die Gesamtlänge eines Interferenzkreises

$$P = \frac{2\,m\pi \sin 2\vartheta \sin \alpha}{\sin (2\vartheta - \alpha)}$$

ist, wenn man mit m wieder den Abstand des Kegelscheitels vom Präparat und mit ϑ den Glanzwinkel bezeichnet. Der Winkel φ, der dem gesamten Interferenzkreis bei plangebogenem Film entspricht, ist durch die Bedingung $\varphi = 360 \sin \alpha$ gegeben. Bezeichnet man die durchschnittliche Verbreiterung der Interferenzpunkte mit $2\Delta p$ und den dieser Verbreiterung im plangebogenen Film entsprechenden Streuwinkel mit $2\Delta\psi$, so errechnet sich $\Delta\psi$ zu

$$\Delta\psi = \frac{180\,\Delta p \sin \alpha}{\varrho\pi}.$$

Aus diesem gemessenen Δp ergibt sich also der mittlere Streuwinkel der Kristalle um die Faserachse in einer Richtung, also der halbe Gesamtstreuwinkel $\Delta\varkappa$ zu

$$\Delta\varkappa = \frac{180\,\Delta p \sin (2\vartheta - \alpha)}{m\pi \sin 2\vartheta \sin \alpha}.$$

Aus diesem Ergebnis ist also zu ersehen, daß der Gitterparameter bei der Kaltverformung von Metallen eine prozentuell wesentlich geringere Änderung erfährt als der Gleitwinkel zunimmt.

Ferner zeigt sich, daß die Gitterdrehung, bzw. Biegegleitung sowohl im elastischen als auch im plastischen Gebiet in gleicher Weise mit der Verformung zunimmt, während die Änderung des Gitterparameters nur im elastischen Gebiet eindeutig verfolgt und prozentuell weit geringfügiger ist. Es kann daher diese Zunahme als Maß für die Oberflächenspannungen eines Materials herangezogen werden. Die Genauigkeit, mit der praktische Spannungsmessungen an technischen Werkstücken, Stahlbauten usw., über die an anderer Stelle ausführlicher berichtet werden wird, ausgeführt werden können, ist eine sehr hohe und in weiten Grenzen davon unabhängig, ob diese Untersuchungen im elastischen oder plastischen Gebiet ausgeführt werden sollen. Auch geringfügige chemische Inhomogenitäten des Materials beeinträchtigen die Meßgenauigkeit nicht wesentlich.

Da bei der Messung des Streuwinkels durch

Verwendung größerer Blendenöffnungen kurze Expositionszeiten erzielt werden können, ist diese Methode sowohl wegen ihrer hohen Meßgenauigkeit als auch wegen des geringen Einflusses von kleinen Schwankungen der Präparat-Kegelscheiteldistanz auf die Meßgenauigkeit auch zur quantitativen Messung von Spannungen an Metallkonstruktionen, wie Brücken, Stahlbauten usw. außerordentlich gut geeignet.

Da sich aber auch Abkühlspannungen, wie zahlreiche Versuche gezeigt haben, dadurch äußern, daß die Kristalle nicht Zeit genug finden, sich entlang der Faserachsen ordnungsgemäß anzuordnen und eine solche Anordnung sich erst nach langem Lagern des Probestahles bzw. nach künstlichem Entspannen einstellt, können mit dieser Methode auch Abkühlspannungen quantitativ gemessen werden, wobei allerdings zu bemerken ist, daß hierbei, wie bei allen Reflexionsmethoden, nur die Oberflächenspannungen erfaßt werden können.

Während aber bei der Verformung von elastischen Materialien, wie z. B. von Stahl, nebst der peripheren Verbreiterung auch eine Verbreiterung der radialen Dicke der Interferenzpunkte zu bemerken ist, die auf Gitterstörungen zurückgeführt werden kann, und deren Halbwertsbreite nach dem Verschwimmen der Punkte in peripherer Richtung nach vorhergegangener Eichung direkt als quantitatives Maß für die plastische oder auch für die elastische Verformung von hochlegierten Materialien, z. B. legierten oder stark vorgereckten Stählen, bei denen Asterismen fehlen, dienen können, und ebenfalls linear mit der Durchbiegung zunehmen, konnten die radialen Verbreiterungen bei plastischen Körpern, z. B. bei Blei nicht deutlich festgestellt werden, während die periphere Interferenzpunktbreite auch bei diesen Materialien mit der Größe der Verformung ständig zunahm.

Aus diesen Ergebnissen, sowie auch aus den Messungen von F. Wever und H. Möller, nach welchen die Änderung der Atomabstände bei der Streckgrenze von Stahl wieder zurückgeht bzw. nicht mehr zunimmt, ist zu folgern, daß die elastischen Kräfte eines Materials ihren Sitz in den Elementarzellen selbst haben, und daß diese Kräfte beim Rückziehen der Atome in ihre ordnungsgemäßen Lagen im elastischen Gebiet so groß sind, daß sie die Drehung des Kristallgitters wenigstens zum größten Teil wieder rückgängig machen können, während bei plastischen Körpern die durch die Biegegleitung erfolgte Störung des Gitters geringfügig ist und dadurch die Ausheilung des Gitters auch keinen merklichen Rückgang der Gleitung bedingen kann[1]).

1) F. Regler, Mitteilungen des Staatlichen Technischen Versuchsamtes XX, 43—58, 1931.

Die weiteren Untersuchungen über die Verteilung der Verformung über den ganzen Probestab sowie in den verschiedenen Richtungen sind erst im Gange und wird hierüber zu einem späteren Zeitpunkt berichtet werden. Es steht aber bereits fest, daß sich auch reine Zug- oder Druckspannungen in derselben Weise wie die oben geschilderten Biegespannungen auf das Gefüge auswirken. Zum Schlusse sei noch erwähnt, daß diese Untersuchungen nicht nur mit einem kegelförmigen, sondern auch mit einem um den Röntgenstrahl als Achse zylindrisch gelegten Film ausgeführt werden können, womit erreicht wird, daß die zu vermessenden Linien nicht Teile von Kreisen, sondern gerade Linien werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß unter Verwendung der Kegelreflexionsmethode und monochromatischer Röntgenstrahlung mit ruhendem Film und Material schon bei den geringsten Kaltverformungen von Stahl, Kupfer und Blei eine deutlich meßbare periphere Verbreiterung der Interferenzpunktbreite verbunden ist (Vergrößerung des mittleren Streuwinkels um die Faserachsen), welche auch für quantitative Spannungsmessungen an technischen Konstruktionen mit einem sehr hohen Genauigkeitsgrad herangezogen werden kann. Ferner konnte mit dieser Untersuchungsmethode auch der Unterschied zwischen den Verformungen von plastischen und elastischen Materialien studiert werden und zeigte sich dabei, daß in beiden Fällen die Verformung eine Gitterdrehung, bzw. Biegegleitung bedingt, daß aber im Falle des elastischen Materials das Kristallgitter durch die Verformung Störungen erleidet, welche bei plastischen Materialien fehlen, wodurch der Schluß naheliegt, daß die elastischen Kräfte eines Materials größtenteils als Gitterkräfte angesehen werden müssen, während die Formänderung des Materials größtenteils durch die Biegegleitung der Kristalle aneinander bedingt ist.

Herrn Assistenten Dr. Franz Lihl sei auch an dieser Stelle für seine wertvolle Mithilfe bei der Ausführung der Untersuchungen herzlichst gedankt.

(Eingegangen 18. April 1932.)

Über die Intensität ultraroter Wasserabsorptionsbanden bei starken $LiCl$- oder $LiNO_3$-Zusätzen.

Von Max Neunhoeffer.

1. Einleitung.

Durch die Untersuchungen des Ramaneffektes von Wasser und wäßrigen Lösungen[1]) sind auch im entsprechenden ultraroten Spektrum die Intensitätsfragen in den Vordergrund des Interesses gerückt. Das Vorhandensein von Ionen in hoher Konzentration scheint sich vor allem in einer für jedes Salz charakteristischen Beeinflussung der durch die Ultrarotspektroskopie allerdings noch nicht aufgelösten Bandenfeinstruktur auszuwirken. Eine große Anzahl von Absorptionskurven starker wäßriger Salzlösungen zwischen 0,9 μ und 2,3 μ ist von Collins[2]) bestimmt, aber an ihnen tritt das Ergebnis des Ramanbefundes, nämlich ein grundsätzlich verschiedener Einfluß von Chloriden und Nitraten nicht eindeutig hervor. Für die Wahl der in der vorliegenden Arbeit benützten Salze hat der Ramaneffekt den Ausschlag gegeben[3]), da er nach den Messungen von Gerlach für $LiCl$ und $LiNO_3$ die quantitativ stärksten Änderungen zeigt. Die Hauptschwierigkeit, den Ramanbefund direkt ergänzende Ergebnisse aus Absorptionsmessungen zu erhalten, liegt darin, daß die für die Ramanbanden wohl verantwortliche Eigenschwingung des H_2O bei 3 μ der quantitativen Intensitätsmessung kaum zugänglich ist, weil an dieser Stelle schon Schichtdicken von 0,01 mm Absorption bis nahe an 100 Proz. zeigen. Es muß also versucht werden, bei möglichster Steigerung der Dispersion wenigstens im kurzwelligeren Gebiet die jeweiligen Absorptionskurven quantitativ festzulegen. Untersucht sind daher die beiden Banden, deren Maxima bei 1,47 μ und bei 1,98 μ liegen, und zwar jeweils bei vier verschiedenen Schichtdicken. Die Gründe für diese letztere Vorsichtsmaßregel liegen in der Absicht, einerseits die strenge Gültigkeit des Absorptionsgesetzes prüfen und andererseits etwa vorhandene Einflüsse selektiver Reflexionen eliminieren zu können. Die Konzentration der untersuchten Lösungen ist $10-n$ für $LiCl$ und $5-n$ für $LiNO_3$.

2. Versuchsanordnung und Meßmethode.

Das benutzte Spiegelspektrometer war das schon in einer früheren Arbeit beschriebene[4]) nur mit der Änderung, daß an Stelle des früher verwendeten Reflexionsgitters ein 60°-Glasprisma mit Wadsworthspiegel trat. Die Breite von Spektrometer- und Thermosäulenspalt betrug je 0,10 mm. Die Thermosäule war mit einem Du Bois-Rubensschen Panzergalvanometer verbunden, dessen Stromempfindlichkeit $4 \cdot 10^{-10}$ Amp./mm bei 4 m Skalenabstand und einer Schwingungsdauer von 5 sek betrug. Als Lichtquelle diente eine 24 Volt Glühlampe. Mit einer Akkumulatorenbatterie als Stromquelle war ihre Intensität innerhalb der Meßgenauigkeit von 0,5 Proz. über viele Stunden konstant. Die Eichung des Prismas ergab sich aus der Feststellung der Lage der vier Wasserabsorptionsmaxima bei 0,99 μ, 1,21 μ, 1,47 μ und 1,98 μ. Die auf diese Weise bestimmte Dispersion beträgt bei 1,47 μ 130 AE pro Spaltbreite und bei 1,98 μ 165 AE/Spaltbreite.

Die Verschlußplatten der Absorptionsgefäße bestanden aus je zwei runden Spiegelglasplatten von 45 mm Durchmesser und 4,5 mm Dicke in Metallfassungen, die durch Schrauben aufeinander gepreßt werden konnten. Zwischen die Platten wurden Ringe aus Platin bzw. Gold gelegt, deren innerer Durchmesser 35 mm war. Die Dicke der Ringe, d. h. aber auch die Dicke der untersuchten Flüssigkeitsschichten betrug bei 1,4 μ 0,05 mm, 0,10 mm, 0,20 mm und 0,50 mm, bei 2,0 μ 0,02 mm, 0,05 mm, 0,10 mm und 0,20 mm. Die Ringe bis 0,2 mm einschließlich waren aus Platin, so daß ihre Dicke leicht durch Wägung und Rechnung geprüft werden konnte, während die Dickenkontrolle der 0,5 mm Goldringe durch Messung mit der Mikrometerschraube erfolgte. Die Reproduzierbarkeit der Schichtdicken nach dieser Methode erwies sich im Verlauf der Messungen als vollauf genügend. Durch einen Hohlspiegel von 35 cm Brennweite wurde das von der Lampe kommende Licht parallel gemacht, durchsetzte die Absorptionszelle und wurde dann durch einen zweiten Hohlspiegel auf den Spalt des Spektrometers abgebildet. Das Parallelstrahlbündel war durch Blenden auf 30 mm Durchmesser begrenzt.

Es standen drei gleiche Absorptionszellen zur Verfügung, deren Durchlässigkeit im leeren Zustand verglichen und in guter Übereinstimmung befunden wurde. Jede Meßreihe wurde so ausgeführt, daß von zwei gleich dicken Zellen die eine mit Wasser und die andere mit einer der beiden Lösungen gefüllt wurde. Dann wurde für jede Wellenlänge die durchgelassene Intensität bei allen drei Zellen bestimmt, und zwar erfolgten für jede Zelle unmittelbar nacheinander zwei Ablesungen des Galvanometerausschlags bei Aufziehen der Klappe vor dem Spalt. Um Ablesefehler infolge langsamer Nullpunktswanderungen des Galvanometers oder infolge der

1) W. Gerlach, Physik. Zeitschr. **31**, 695, 1930.
2) J. F. Collins, Phys. Rev. **20**, 486, 1922.
3) Die Bemerkung über parallel gehende Ultrarotmessungen im Schlußabschnitt der Arbeit von Gerlach (l. c.) bezieht sich auf die hier mitgeteilten Ergebnisse.
4) M. Neunhöffer, Ann. d. Ph. (5) **2**, 334, 1929.

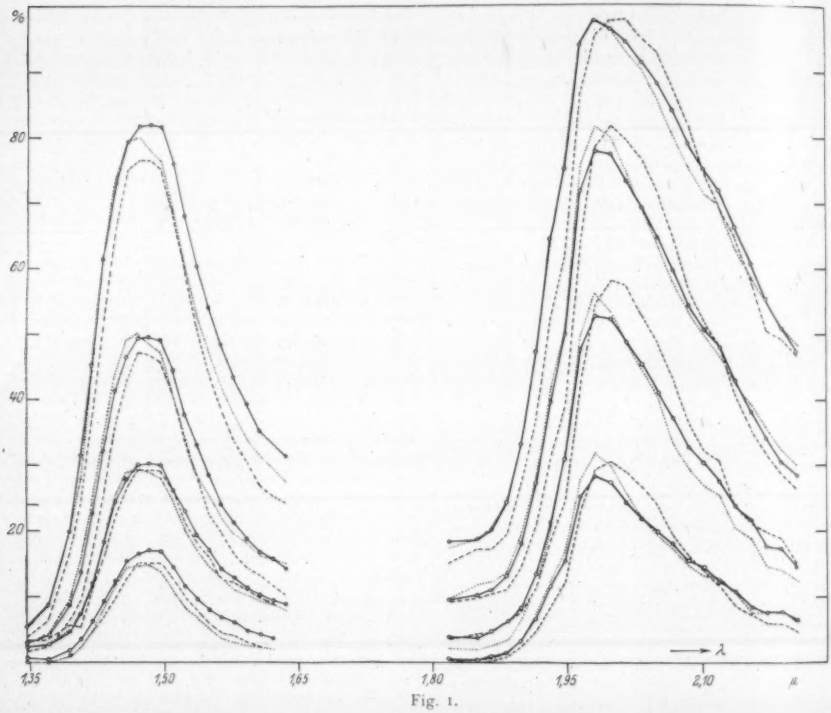


Fig. 1.

Trägheit der Thermosäule zu beseitigen, erfolgte das Öffnen und Schließen der Klappe nach der Uhr. Der zeitliche Abstand zwischen Nullpunkts- und Ausschlagsablesung bzw. umgekehrt betrug stets 25 sek. Die Meßpunkte liegen so dicht im Spektrum, daß ihr Abstand immer gerade eine Spaltbreite beträgt. Nach der vollständigen Durchmessung beider Banden wurden die Zellen vertauscht, d. h. die Lösung kam jetzt in die vorher mit Wasser gefüllte Zelle und umgekehrt. Auf diese Weise ergaben sich bei einer Schichtdicke für jede gemessene Wellenlänge je zwei Werte des Absorptionsvermögens der *LiCl*- und *$LiNO_3$*-Lösung und im ganzen je vier Werte für Wasser. Die Mittelwerte wurden nach Anbringung einiger weiter unten zu besprechenden Korrekturen aufgezeichnet mit der Wellenlänge als Abszissenmaß (Fig. 1).

3. Genauigkeit und Korrekturen.

Durch die Mikrometerschraube am Spektrometer läßt sich für die Wellenlänge leicht eine Einstellgenauigkeit von $^1/_{20}$ Spaltbreite erzielen. Es ist also eine Unsicherheit der den Mittelwerten zugrunde liegenden Einzelwerte infolge ungleicher Prismeneinstellung höchstens beim kurzwelligen Anstieg der 2,0 μ Bande merkbar in Rechnung zu setzen. Ungleiche Durchlässigkeit der verschiedenen Zellen müßte sich durch systematische Abweichungen der Einzelresultate ganzer Meßreihen von andern oder vom Mittelwert bemerkbar machen. Solche sind aber kaum zu beobachten, und würden sich ja außerdem durch die konsequente Durchführung der wechselseitigen Zellenbenützung vollkommen herausheben. Am Galvanometer konnten $^1/_4$ Skalenteile leicht geschätzt werden, so daß wir die Ablesegenauigkeit im ungünstigen Fall gleich $\pm\,^1/_4$ Skalenteil angeben können. Eine Steigerung der Meßgenauigkeit durch stärkere Astasierung des Galvanometers scheiterte an der proportional der Empfindlichkeit wachsenden Nullpunktsunruhe infolge magnetischer Störungen. Die absolute Größe der Galvanometerausschläge nahm

zwischen 1,2 μ und 2,3 μ von 130 mm auf 40 mm ab. Da sich die Absorptionswerte je aus einer Durchlässigkeitsbestimmung der gefüllten und der leeren Zelle ergeben, da aber andererseits, wie oben erwähnt, stets zwei Ausschläge des Galvanometers nacheinander bestimmt wurden, so erhält man eine Unsicherheit, die mit wachsender Wellenlänge von $\pm$ 0,2 Proz. bis auf $\pm$ 0,6 Proz. anwächst. Eine weitere Unsicherheit liegt in der Empfindlichkeit der Anordnung gegen Justierungsänderungen der Lampe. Schon bei geringer Keilförmigkeit der Verschlußplatten einzelner Zellen ist eine genaue Abbildung des schmalen Glühfadens auf den Spalt schwierig. Deshalb haben wir infolge unkontrollierbarer Bewegungen des Glühfadens noch eine von der Wellenlänge nur wenig abhängige Unsicherheit von $\pm$ 0,5 Proz. hinzuzufügen. Insgesamt sind die Mittelwerte der Lösungskurven mit einer Unsicherheit von $\pm$ 0,5 Proz. bei 1,4 μ und mit $\pm$ 1,0 Proz. bei 2,0 μ behaftet. Die Genauigkeit der Wasserkurven ist entsprechend der größeren Zahl der Einzelwerte vergrößert.

Die Durchlässigkeit gleich dicker Schichten von Wasser und starken Salzlösungen ist bei den letzteren schon dadurch größer, daß ein Teil der H_2O-Moleküle durch Salzionen ersetzt ist, d. h. daß hier die Schichtdicke effektiv kleiner ist. Dieser Faktor, der beträchtliche Werte annimmt, — in einer 10-n-$LiCl$-Lösung stellt das Salz z. B. 20,9 Volumprozente dar — muß natürlich vor der Diskussion eliminiert werden. Dies ist dadurch geschehen, daß wir aus den Absorptionskurven des reinen Wassers bei den gegebenen Schichtdicken x den Absorptionskoeffizienten a nach der Formel $J = Je^{-ax}$ für alle Meßpunkte berechnet und damit die an den Lösungen gemessenen Werte auf die gleiche effektive Schichtdicke x umgerechnet haben. Die durch die verminderte Reflexion an den Grenzflächen Glas-Wasser bzw. Lösung vermehrte Durchlässigkeit der vollen Zellen wurde ebenfalls durch Rechnung eliminiert. Die auf diese Weise erhaltenen Werte bilden Fig. 1.

4. Diskussion.

Aus dem vollständig gleichartigen Verlauf entsprechender Kurven bei allen Schichtdicken folgt zunächst, daß selektive Reflexionen von einem das Ergebnis fälschenden Betrag nicht vorhanden sein können. Die Durchführung der Korrektionsrechnung brachte zugleich Klarheit über die Abhängigkeit des Betrags der H_2O-Absorption von der Schichtdicke. Bei der kurzwelligen Bande stimmen die aus den verschiedenen Schichtdicken berechneten Absorptionskoeffizienten innerhalb der Meßgenauigkeit vollkommen überein, d. h. es zeigt sich die strenge Gültigkeit des gewöhnlichen Absorptionsgesetzes. Man kann daraus folgern, daß, wenn überhaupt eine auflösbare Feinstruktur der Bande existiert, die Dispersion des Spektrometers von dieser Auflösung noch sehr weit entfernt ist. Auch bei der langwelligen Bande ist kein systematischer Gang in den Absorptionskoeffizienten festzustellen, doch muß hier darauf hingewiesen werden, wie unsicher sich in ungünstigen Fällen die Berechnung gestalten kann. Z. B. ergibt bei der Schichtdicke 0,02 cm ein Meßfehler von nur 1 Proz. bereits eine Unsicherheit des Maximalwertes von a ($\approx$ 170) von rund 10 Proz. Nur wenn das Produkt $a \cdot x$ (x-Schichtdicke) nahe gleich eins ist, entspricht die Genauigkeit von a der Meßgenauigkeit. Alle dieser Bedingung genügenden Werte bestätigen auch hier das Absorptionsgesetz[1]).

Sämtliche $LiNO_3$-Kurven stimmen in dem Zusammenfallen ihres kurzwelligen Teiles mit den entsprechenden Wasserkurven überein. Auf der langwelligen Seite fallen die Kurven zuerst wesentlich steiler ab — was sich an dem sehr flachen Maximum bei 1,47 μ sogar bereits in einer Verlagerung nach kurzen Wellen bemerkbar macht. Dieses Ergebnis bleibt qualitativ ungeändert, wenn man von der 5-n-Konzentration (34,5 g auf 100 cm³ Lösung) zu sehr viel höheren

1) Die verhältnismäßig große Zahl der zu jeder Wellenlänge gehörigen Meßpunkte scheint noch ein anderes Resultat sicherzustellen, nämlich die Andeutung einer dreiteiligen Struktur der Bande. Kurz vor der Erreichung des Maximums und zwischen dem fünften und achten Meßpunkt des langwelligen Intensitätsabfalls sind in allen H_2O-Kurven dieselben Unregelmäßigkeiten zu erkennen. Wenn man die daraus zu vermutende Lage der Nebenmaxima mit λ_1 und λ_2 bezeichnet, so ergibt sich $\lambda_{max} - \lambda_1 \approx$ 500 AE und $\lambda_2 - \lambda_{max} \approx$ 1280 AE oder im Frequenzmaß $\nu_1 \approx 125\ cm^{-1}$, $\Delta\nu_2 \approx 320\ cm^{-1}$. Von hier aus eine Verbindung herzustellen zu der wiederholt beobachteten Struktur der Ramanbanden ist wohl nicht möglich, da ja diese Banden sehr wahrscheinlich zu der H_2O-Eigenschwingung bei 3 μ gehören. Die Meßergebnisse bei der ultraroten Emission von Wasserstofflammen (M. Neunhoeffer, Ann. d. Ph. (5) **4**, 352, 1930) deuten aber doch immerhin auf eine so starke Analogie der Feinstrukturen bei 2,0 μ und 3,0 μ hin, daß auch die hier gefundene Dreiteiligkeit der Bande eine Stütze des Ramanbefundes bedeutet.

Vergleicht man allgemein die hier erreichte spektrale Auflösung mit der von Gerlach bei der Beobachtung der Ramanbanden gebrauchten von etwa 24 AE/mm, so ergibt sich folgendes Bild. Würden die zu vorliegenden Ultrarotfrequenzen gehörigen Ramanbanden existieren und etwa bei 5000 AE liegen, so entsprächen den bei 1,47 μ zwischen zwei Meßpunkten liegenden 130 AE etwa 10 AE des Ramanspektrums, und entsprechend gehörten zu dem Betrag von 165 AE pro Spaltbreite bei 2 μ 6,4 AE d. h. 0,3—0,4 mm in den Aufnahmen von Gerlach.

Werten übergehen. Fig. 2 stellt eine Messung bei 0,20 mm Schichtdicke dar mit einer $LiNO_3$-Lösung, die 69,5 g auf 100 cm^3 enthält. Besonders hier ist das gleiche Verhalten beider Banden gegenüber $LiNO_3$-Zusätzen charakteristisch.

Im Gegensatz dazu ist die Wirkung von $LiCl$ bei 1,47 μ eine grundsätzlich andere als bei 1,98 μ.

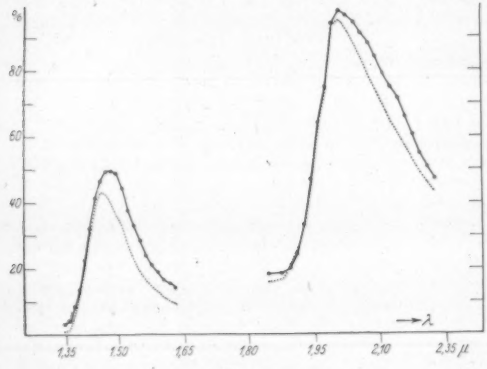


Fig. 2.

An der letzteren Stelle fällt besonders die Verlagerung des Maximums nach langen Wellen um etwa 165 AE, d. h. im Frequenzmaß um etwa 40 cm^{-1} auf. Die ganze kurzwellige Seite erscheint in der Lösung parallel nach unten verschoben, d. h. es würden sich an dieser Stelle bei stärkerer Auflösung wohl kaum grundsätzliche Feinstrukturänderungen ergeben. Auf der langwelligen Seite zeigt der Abfall im einzelnen ebenfalls keine Besonderheiten. Die größere Steilheit ist vielleicht auf den allmählich zunehmenden Einfluß der sehr intensiven Bande bei 3,0 μ zu schieben. Von der kleinen Erhöhung des Maximums abgesehen, bewirkt also der $LiCl$-Zusatz einfach eine Verschiebung der Bande als Ganzes nach längeren Wellen.

Bei 1,47 μ können wir aus den einzelnen Kurven nicht entscheiden, ob die Verminderung der Absorption auf einer Feinstrukturänderung beruht, oder ob durch den Salzzusatz ein Teil der Atome einfach ihre Eigenschwingung bei 1,4 μ ganz oder teilweise eingebüßt haben. Berechnet man hier und für die anderen Lösungskurven bei allen Schichtdicken die Absorptionskoeffizienten, so ist innerhalb der Meßgenauigkeit ebensowenig wie beim reinen Wasser eine Abweichung vom Absorptionsgesetz sicherzustellen. In der Fig. 3a und 3b sind daher die Mittelwerte aus allen Schichtdicken zusammengefaßt, so daß hier jeder Punkt der H_2O-Kurve auf sechzehn und jeder Punkt der Lösungskurven auf acht Einzelmessungen beruht.

Die grundsätzliche Verschiedenheit der Wirkung von $LiCl$ und $LiNO_3$ läßt vermuten, daß die ausschlaggebende Bedeutung den Cl- bzw. NO_3-Ionen zukommt. Dies liegt auch im Sinne der Messungen von Suhrmann[1]), die eine Verschärfung der Wasserbanden in Salzlösungen ergeben, die dem Betrag nach mit wachsender Größe sowohl der Anionen als der Kationen zunimmt[2]). Offenbar sind die Ursachen der ganzen Erscheinung aber doch recht komplexer Natur. Zunächst ist eine für verschiedene Substanzen sehr unterschiedliche Überlagerung der beiden von Suhrmann erwähnten Wirkungen, der Auseinanderdrängung der polymerisierten Wasserkomplexe und der Hydratation möglich. Sodann ist zu prüfen, ob jedem der beiden Einflüsse

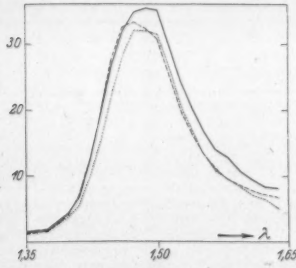


Fig. 3a.

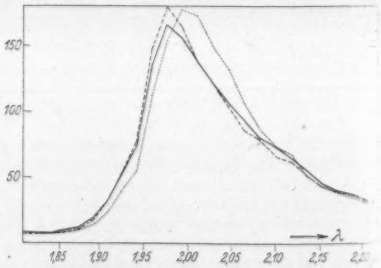


Fig. 3b.

1) R. Suhrmann, Naturw. **19**, 772, 1931.

2) Die Kenntnis der weitgehenden Gültigkeit dieses Zusammenhanges verdanke ich einer freundlichen brieflichen Mitteilung von Herrn Prof. Suhrmann.

auf alle Banden eine gleichartige Wirkung zukommt oder ob jede Eigenschwingung des H_2O eine charakteristische Empfindlichkeit besitzt. Die Entpolymerisierung sollte zu einer Verlagerung der Banden nach kürzeren Wellen führen in Analogie zu der Tatsache, daß im Wasserdampf eine beträchtliche Verschiebung in diesem Sinne beobachtet wird. Eine reine Abstandsvergrößerung der H_2O-Moleküle ist andererseits ein so weit äußerlicher Vorgang, daß er wohl alle Eigenschwingungen in derselben Weise beeinflußt.

Die Wirkung der Hydratation läßt andererseits infolge der besonders engen Gruppierung der Moleküle um die Ionen eine Verlagerung nach längeren Wellen erwarten, und kann auch zu solchen Molekülde formationen führen, daß sich die einzelnen Banden verschieden verhalten.

Die vorliegenden Ergebnisse an *LiCl* und $LiNO_3$ lassen sich demnach dahin deuten, daß bei ersterem die Entpolymerisierung völlig überwiegt. Deren Einfluß auf die Banden ergibt sich als einheitlich und bedeutet eine Schwerpunktsverlagerung nach kurzen Wellen unter gleichzeitiger Verschärfung der Bande. Die symmetrische Lage der Lösungskurve des *LiCl*, bei 1,47 μ zu der des reinen Wassers läßt sich dann dadurch erklären, daß hier die entgegengesetzt wirkenden Entpolymerisierungs- und Hydratationseinflüsse sich die Waage halten. Die ausgeprägte Verlagerung der *LiCl*-Kurve bei 1,98 μ nach längeren Wellen wäre ein Anzeichen für das Überwiegen des Hydratationseinflusses, der also offenbar keine Verschärfung der Bande bringt. Auf der langwelligen Seite macht sich in dem steileren Abfall auch noch die Entpolymerisierung geltend. Zur weiteren Stütze dieser Auffassung sind Messungen an solchen Substanzen auszuführen, die eine möglichst reine Trennung der beiden Einflüsse gestatten.

Zusammenfassung. Der Einfluß von starken *LiCl*- und $LiNO_3$-Zusätzen auf die Absorption des flüssigen Wassers in den beiden Banden bei 1,47 μ und 1,98 μ wird in Abhängigkeit von der Schichtdicke untersucht.

Bei einer Dispersion von 130 AE bzw. 165 AE pro Spaltbreite gilt in allen Fällen das Absorptionsgesetz genau.

LiNO$_3$ verschiebt den Schwerpunkt beider Banden nach kürzeren Wellen. Es zeigt sich starke Abhängigkeit von der Konzentration.

LiCl verschiebt die Bande bei 1,98 μ als Ganzes nach längeren Wellen, bei 1,47 μ bleibt der Schwerpunkt erhalten.

Der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft danke ich auch an dieser Stelle für die Überlassung von Instrumenten danken. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. Gerlach für viele wertvolle Ratschläge und dafür, daß er mir die Mittel des Münchener Institutes bereitwilligst zur Verfügung stellte.

Stuttgart, im April 1932.

(Eingegangen 19. April 1932.)

Unelastische Streuung von Kathodenstrahlen.

Von Philip M. Morse.

Zwischen der Streuung von schnellen Kathodenstrahlen und der von Röntgenstrahlen besteht ausgesprochene Analogie. Mit der kohärenten Röntgenstreuung ist die elastische Elektronenstreuung vergleichbar. Es ist bekannt, daß für die primäre Stromdichte 1, die sekundäre Stromdichte der gestreuten Elektronen im Abstande 1 vom streuenden Atom den Wert f_e^2 hat, wobei die Amplitude f_e durch die Formel[1])

$$f_e = \frac{8\pi^2 m e^2}{h^2} \frac{Z}{k^2 s^2} \left[1 - F\right] \qquad (1)$$

dargestellt wird. Hierin ist e die Ladung, m die Masse des Elektrons, h das Plancksche Wirkungsquantum und z die Elektronenzahl des streuenden Atoms. Die Größe k bedeutet, wie üblich, $2\pi/\lambda$, wobei λ die Wellenlänge der Kathodenstrahlen ist, die nach der de Broglieschen Formel mit Masse und Geschwindigkeit durch die Beziehung

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

verknüpft ist. Ferner ist

$$s = 2 \sin \frac{\vartheta}{2},$$

wenn mit ϑ der Winkel zwischen Primärstrahl und Sekundärstrahl bezeichnet wird. Es ist also s die Länge des Vektors $\mathfrak{s}$, der gebildet wird durch die vektorielle Differenz zweier Einheitsvektoren $\mathfrak{S}_0$ und $\mathfrak{S}$, der erste in Richtung der Primärstrahlen, der zweite in Richtung des Sekundärstrahls. Schließlich ist F der Atomformfaktor für Röntgenstrahlen (Amplitudenfaktor), der nunmehr von verschiedenen Seiten berechnet wurde, und dessen Zahlenwerte in Tabellenform vorliegen.

1) Mott, Proc. Roy. Soc. **127** A, 658, 1930.

Dieser Zusammenhang zwischen der Röntgen- und der Kathodenstrahlstreuung wurde z. B. von Kirchner, Mark und Wierl[1]) benutzt beim Studium von Atom- und Molekülstrukturen.

Neben der kohärenten Röntgenstreuung besteht aber noch eine inkohärente Streuung, und ebenso muß man neben der elastischen Elektronenstreuung noch eine unelastische Streuung berücksichtigen. Wie die Summe der beiden Streuungen für Röntgenstrahlen dargestellt und für die wirkliche Berechnung präpariert werden kann, ist bekannt[1]). Hier soll das Resultat einer ganz analogen Rechnung für Kathodenstrahlen dargestellt werden.

Die sekundäre Stromdichte im Abstande 1 vom streuenden Atom, welche einem durch den Index n charakterisierten Endzustande des Atoms entspricht, wird unter Annahme einer primären Stromdichte 1 durch den Ausdruck

$$A^2 \frac{k_n}{k_a}\left|\int \overline{\Phi}_n \Phi_a \left(\frac{z}{r_0} - \sum_{t=1}^{t=z} \frac{1}{r_{0t}}\right) e^{i(k_n \mathfrak{S} - k_a \mathfrak{S}_0, r_0)}\, d\tau\, dV_0\right|^2 \tag{2}$$

dargestellt. Hierin ist

$$A = \frac{2\pi m e^2}{h^2};$$

Φ_n bzw. Φ_a sind die Wellenfunktionen für den Endzustand bzw. Anfangszustand des Atoms, $d\tau$ ist das Volumelement für die Atomelektronen, dV_0 das Volumelement für das ankommende Elektron, r_0 ist der Abstand dieses Elektrons vom Kern, r_{0t} der Abstand desselben Elektrons von irgendeinem Atomelektron mit dem Index t. Die Größen k_n bzw. k_a sind die Wellenzahlen $\frac{2\pi}{\lambda_n}$ bzw. $\frac{2\pi}{\lambda_a}$ nach bzw. vor dem Zusammenstoße; $\mathfrak{S}$ bzw. $\mathfrak{S}_0$ sind, wie früher schon bemerkt, Einheitsvektoren in Richtung der Geschwindigkeit des gestreuten bzw. ankommenden Elektrons. Der Vektor $k_n \mathfrak{S} - k_a \mathfrak{S}_0$ ist also $\frac{2\pi}{h}$ mal der beim Zusammenstoß auftretenden Impulsänderung.

Wenn nun die Energie des primären Elektrons wesentlich größer ist als die Ionisationsenergie der K-Elektronen des Atoms, dann kann praktisch $k_n = k_a = k$ gesetzt werden für alle Endzustände, die einen wesentlichen Beitrag zum Integral (2) liefern. Ferner kann (2) vereinfacht werden durch Ausführung der Integration[2]) über dV_0.

Man erhält

$$\left(\frac{4\pi A}{k^2 s^2}\right)^2 \left|\int \overline{\Phi}_n \Phi_a \left(z - \sum_t e^{i k (\mathfrak{s}, r_t)}\right) d\tau\right|^2 = \left(\frac{4\pi A}{k^2 s^2}\right)^2 |(n|U|1)|^2, \tag{3}$$

wenn die Bezeichnungsweise von Dirac verwendet wird. Dabei ist U eine Abkürzung für den Ausdruck

$$U = z - \sum_t e^{i k (\mathfrak{s}, r_t)}$$

und $\mathfrak{s}$ ist der Vektor $\mathfrak{S} - \mathfrak{S}_0$ mit der Länge $s = 2 \sin \frac{\vartheta}{2}$. Die totale gestreute Stromdichte wird erhalten durch Summation über alle Zustände n. Sie ergibt sich zu

$$\left(\frac{4\pi A}{k^2 s^2}\right)^2 \sum_n (1|U|n)(n|U|1) = \left(\frac{4\pi A}{k^2 s^2}\right)^2 (1|U^2|1)$$

$$= \left(\frac{4\pi A}{k^2 s^2}\right)^2 \int |\Phi_a|^2 \left[z^2 - 2z \sum_t \cos k (\mathfrak{s}, r_t) + \sum_{s,t} e^{i k (\mathfrak{s}, r_s - r_t)}\right] d\tau \tag{4}$$

$$= \left(\frac{4\pi A}{k^2 s^2}\right)^2 [z^2 - 2 z^2 F + S],$$

wobei S die Funktion bedeutet, die Heisenberg[2]) mit derselben Bezeichnung in seiner Gleichung (5) einführte. Nun zeigt er, daß

$$S = z^2 F^2 + S_{\text{ink.}}$$

und $S_{\text{ink.}}$ das Glied bedeutet, welches die inkohärente Strahlung mißt. Es wurde numerisch berechnet und die Zahlenwerte in Tabellenform angegeben von Bewilogua[3]).

Es ist somit hier gezeigt worden, daß man unter Voraussetzung genügend großer Geschwindigkeit die totale Stromdichte der gestreuten Elektronen im Abstande 1 vom streuenden Atom

1) Kirchner, Ann. d. Phys. **83**, 969, 1927; Mark und Wierl, Zeitschr. f. Phys. **60**, 741, 1930; Wierl, Ann. d. Phys. (5) **8**, 521, 1931.

2) Heisenberg, loc. cit.

1) Waller and Hartree, Proc. Roy. Soc. 124A, 119, 1929; Heisenberg, Physik. Zeitschr. 32, 737, 1931.

2) Bethe, Ann. d. Phys. (5) **5**, 325, 1930.

3) Bewilogua, Physik. Zeitschr. **32**, 740, 1931.

darstellen kann durch den Ausdruck

$$\left(\frac{8\pi^2}{h^2}\right)^2 \frac{z^2}{k^4 s^4}\left\{[1-F(ksa)]^2+\frac{S_{\text{ink.}}(ksb)}{z^2}\right\}\cdot(5)$$

Wenn man die Elektronendichte im Atom darstellt mit Hilfe der Näherung von Thomas und Fermi, dann findet man bekanntlich, daß F eine Funktion des Parameters $ksa = 4\pi\frac{a}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2}$ ist, wobei a eine für das Atom charakteristische Länge bedeutet, welche (in Å ausgedrückt) zu berechnen ist nach der Formel $a = 0{,}466/z^{1/3}$. Die Funktion F beginnt mit dem Werte 1 für $ksa = 0$ und konvergiert gegen 0 für zunehmende Werte von ksa [1]). Vom gleichen Standpunkte aus erhält man für die Funktion $\frac{S_{\text{ink.}}}{z} = G$ das Resultat, daß dieses eine Funktion des Parameters $ksb = 4\pi\frac{b}{\lambda}\sin\frac{\vartheta}{2}$ ist, wobei b wieder eine für das Atom charakteristische Länge ist, welche (in Å ausgedrückt) berechnet werden kann nach der Formel $b = 0{,}176/z^{1/3}$. Die Funktion G beginnt mit dem Werte 0 für $ksb = 0$ und konvergiert gegen 1 für große Werte von ksb [2]).

Zusammenfassend ergibt sich also das folgende Bild.

a) Röntgenstrahlen.

Die Winkelverteilung der von einem beliebigen Atom gestreuten Intensität wird dargestellt durch den Ausdruck $z^2F^2 + zG$. Das erste Glied dieser Summe bezieht sich auf die kohärente, das zweite auf die inkohärente Strahlung.

b) Kathodenstrahlen. In diesem Falle wird die Intensität dargestellt durch den Ausdruck $\frac{1}{k^4 s^4}[z^2(1-F)^2 + zG]$. Das erste Glied in der eckigen Klammer bezieht sich auf die elastische, das zweite auf die unelastische Streuung.

Die elastische Elektronenstreuung und die kohärente Röntgenstreuung zeigen eine ähnliche Winkelverteilung: maximale Streuung in Richtung des Primärstrahles und Abnahme mit zunehmendem Winkel zwischen Primär- und Sekundärstrahl. Ein Unterschied besteht insofern, als der Intensitätsabfall mit zunehmendem Winkel (auf vergleichbare Fälle bezogen) steiler ist für Kathodenstrahlen als für Röntgenstrahlen.

Die unelastische Elektronenstreuung und die inkohärente Röntgenstreuung verhalten sich verschieden. Die inkohärente Röntgenstreuung (Compton-Streuung) beginnt mit der Intensität Null in Richtung des Primärstrahls und strebt mit zunehmendem Winkel einem Grenzwerte zu. Dagegen wird infolge des vor der Klammer stehenden Faktors $1/k^4s^4$ die unelastische Elektronenstreuung (theoretisch) unendlich stark für die Primärrichtung und fällt dann ab mit zunehmendem Winkel. Natürlich ist die Formel für $\vartheta = 0$ nicht mehr richtig. Damit nämlich die hier benutzte Näherung einen Sinn hat, muß $k_a\vartheta$ größer sein als $k_a - k_n$. Das bedeutet, daß der Ausdruck (5) nur dann eine gute Näherung ist, wenn der Winkel ϑ größer ist als $\Delta E/2E$, wobei E die Anfangsenergie und ΔE der Energieverlust des primären Elektrons ist. Da indessen ΔE gewöhnlich wesentlich kleiner als 100 Volt ist und z. B. für Interferenzversuche Elektronen von einer Energie größer als 10000 Volt benutzt werden, so wird die Berechnung stimmen für Winkel, die größer als 1° sind.

Schließlich ist noch zu bemerken, daß im Falle der Röntgenstrahlen sowohl die kohärente wie die inkohärente Intensität mit dem Polarisationsfaktor $\frac{1+\cos^2\vartheta}{2}$ zu multiplizieren ist für „natürliche" Primärstrahlung. Ein ähnlicher Faktor existiert nicht für die Kathodenstrahlen.

Herrn Prof. P. Debye danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit.

Cambridge (Mass.), Mass. Inst. of Technology.

(Eingegangen 23. April 1932.)

[1]) Vgl. z. B. P. Debye, Physik. Zeitschr. **31**, 419, 1930.

[2]) W. Bewilogua, loc. cit.

Über die Absorption kurzer elektrischer Wellen in ionisierten Gasen, ein Versuch zum Nachweis langwelliger Übergänge im Spektrum des Wasserstoffatoms.

Von Hans Klumb.

(Vortrag gehalten in der deutschen Physikalischen Gesellschaft Berlin am 4. März 1932.)

Durchsetzen elektrische Wellen einen Raum, in dem sich ein ionisiertes Gas befindet, so wird im allgemeinen folgendes eintreten: Die im Gas enthaltenen freien Elektronen werden von der einfallenden Welle zum Mitschwingen angeregt und geben die dem Wellenfelde entzogene Energie in Form einer Streustrahlung wieder ab oder verlieren ihre Schwingungsenergie bei Zusammenstößen.

Betrachtet man die Elektronen im ionisierten Gas als frei, so sollte der eben beschriebene Vorgang eine Absorption der elektrischen Wellen

im ionisierten Gas zur Folge haben, die sich kontinuierlich über den ganzen Frequenzbereich erstreckt.

Nach Langmuir und Tonks sind jedoch die Elektronen im Gas nicht als frei anzusehen, das ionisierte Gas hat vielmehr infolge von auftretenden Raumladungen im Gasraum gewisse Eigenfrequenzen (Plasmaschwingungen), die mit der Quadratwurzel aus der Trägerdichte im Gasraum variieren.

Diese Vorstellungen wurden von Langmuir, Tonks[1]), Dänzer[2]) und Hasselbeck[3]) geprüft, wobei Langmuir und Tonks in Emission, Hasselbeck in Absorption im Gebiet sehr kurzer elektrischer Wellen tatsächlich außer der kontinuierlichen Absorption diskrete Schwingungsfrequenzen feststellten, deren spektrale Lage von der Trägerdichte abhängig war.

Zu diesen Erscheinungen tritt noch eine weitere Möglichkeit. Die Durchrechnung des Termschemas für das Wasserstoff- und Heliumatom ergab, wie Grotrian[4]) gezeigt hat, daß in diesen Atomen, wenn die Gültigkeit der im optischen Gebiet gültigen Auswahlregeln vorausgesetzt wird, Übergänge möglich sind, die bei Wasserstoff Wellenlängen von

2,74 cm 9,25 cm 24,75 cm

bei Helium Wellenlängen von

0,171 cm 0,578 cm 1,735 cm

aufweisen. Es handelt sich hierbei um die Übergänge:

1. $2_{1^1/_2} - 2_{0^1/_2}$.
2. $3_{1^1/_2} - 3_{0^1/_2}$, $3_{2^1/_2} - 3_{1^1/_2}$.
3. $3_{2^1/_2} - 3_{1^1/_2}$.

Fig. 1 zeigt das Thermschema für die *H*-Linie des Wasserstoffatoms, indem die langwelligen Übergänge stark ausgezogen sind.

Sind diese Übergänge wirklich vorhanden, so darf man daher in angeregtem atomarem Wasserstoff selektive Absorptionsstellen im Gebiet kurzer elektrischer Wellen erwarten, deren spektrale Lage im Gegensatz zum Verhalten der Plasmafrequenzen von der Trägerdichte im angeregten Gas unabhängig sein sollte.

Von dieser Überlegung ausgehend habe ich in den letzten Jahren gemeinsam mit den Herren O. Betz und R. Reinecke im physikalischen Institut der Universität Berlin die Emission und Absorption kurzer elektrischer Wellen durch angeregten Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff untersucht.

Bei den Absorptionsversuchen (O. Betz) wurden 14 verschiedene Wellenlängen zwischen

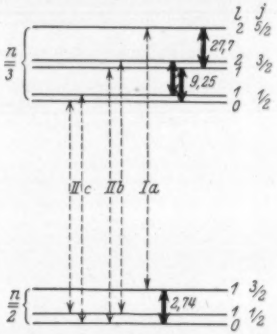


Fig. 1.

3 und 30 cm in Stickstoff, Sauerstoff und Wasserstoff eingestrahlt, wobei die Gase durch eine kräftige Glimmentladung angeregt worden waren. Die Wellenlängenmessungen geschahen mit dem Boltzmann-Interferometer, zum Nachweis der Strahlung dienten Vakuumthermoelemente. Für das Gelingen der Versuche waren einige Kunstgriffe von ausschlaggebender Bedeutung, nämlich:

1. die als Strahlenquellen dienenden linearen Oszillatoren arbeiteten, mit Hochfrequenz angeregt, vollständig in flüssige Luft getaucht. Dieses Verfahren liefert eine Steigerung der Strahlungsintensität um beinahe eine Zehnerpotenz und ermöglicht ein ganz gleichmäßiges Arbeiten des Oszillators.

2. Das zum Strahlungsnachweis verwendete Thermoelement war im Brennpunkt des Empfängerhohlspiegels im Innern eines großen Glasgefäßes so angebracht, daß es allseitig von absorbierendem Gas umgeben war. Hierdurch ist der Einfluß falscher Strahlung weitgehend ausgeschaltet.

3. Die verwendeten reinen Gase wurden unter Zuhilfenahme geeigneter Einströmvorrichtungen und Pumpen hoher Saugleistung so rasch durch das Absorptionsgefäß hindurchgesogen, daß trotz der kräftigen Entladung das Gas hinreichend rein blieb.

Während der Absorptionsversuch in Sauerstoff und Stickstoff eine kontinuierliche Absorption ergab, traten im Wasserstoff ausgeprägte selektive Maxima bei 3, 9 und 28 cm auf. Die

1) Langmuir, Tonks, Phys. Rev. **33**, 195, 1929; Tonks, Phys. Rev. **37**, 1458, 1931.
2) Dänzer, Ann. d. Phys. (5) **2**, 27, 1929.
3) Hasselbeck, Ann. d. Phys. (5) **12**, 477, 1932.
4) Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren von Atomen. Springer, Berlin 1928, S. 37.

spektr... Lage dieser Maxima war unabhängig von d... Stromstärke in der Entladung (siehe Fig. 2). Dieser Befund scheint mir mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit dafür zu sprechen, daß man es hierbei mit den langwelligen Übergängen des Wasserstoffatoms zu tun hat. Die

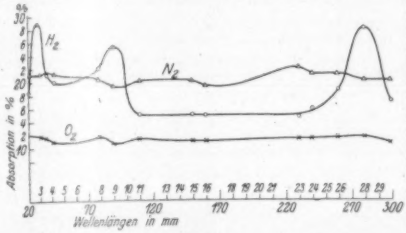


Fig. 2.

Richtigkeit einer solchen Zuordnung wird in einem experimentell so schwer zugänglichen Gebiet auf Grund einer einzelnen Untersuchung zunächst nur vermutungsweise ausgesprochen werden können. Über eine große Zahl von Fragen, z. B. die Deutung der ungewöhnlichen Größe der Absorption, müssen weitere Untersuchungen Klarheit schaffen, die sich in Vorbereitung befinden.

Die Untersuchung der langwelligen Übergänge in Emission, bei der infolge der Kleinheit der Frequenz von vorn herein äußerst geringe Energien zu erwarten waren, mußte sich im wesentlichen darauf beschränken, festzustellen, wie weit die Empfindlichkeit der Nachweismittel im Gebiet dieser kürzesten Wellen getrieben werden und wieweit die Intensität der als Strahler verwendeten Entladungsrohre erhöht werden könne. Diese Untersuchungen (R. Reinecke) konnten zeigen, daß ein Nachweis der Strahlung mit den heute verfügbaren Mitteln ausgeschlossen ist, zugleich aber auch nachweisen, daß Plasmaschwingungen in diesem Frequenzgebiet nicht meßbar auftreten.

Eine weitere Prüfung der Frage, ob es sich bei den gemessenen Absorptionsfrequenzen um Eigenschaften des Wasserstoffatoms selbst handelt, schien mir durch folgenden Versuch möglich. Nimmt man mit einem Interferometer die Feinstruktur aber in der Absorptionskugel unter der Wirkung der anregenden Entladung emittierten H-Linie auf, so werden die beiden Hauptkomponenten der Feinstruktur (als 2_b und 1_a in Fig. 1 gestrichelt eingezeichnet) bei bestimmten Entladungsbedingungen im Rohr ein bestimmtes Intensitätsverhältnis aufzeigen (siehe Fig. 1). Es sei z. B. 2_b stärker als 1_a. Strahlt man bei konstanten Entladungsbedingungen während einer zweiten Aufnahme die Linie 27,7 cm gleichzeitig in das leuchtende Gas ein, so verarmt infolge der Absorption der elektrischen Wellen das Niveau $3_1{}^1/_2$ und der Zustand $3_2{}^1/_2$ wird angereichert. Man dürfte somit erwarten, daß die Feinstrukturkomponente 2_b schwächer, 1_a dagegen stärker wird. Die Vornahme dieses Versuchs ergab eine Änderung der Feinstrukturkomponenten bei Einstrahlung, die bei optimistischer Betrachtung im geforderten Sinne liegen könnte. Doch sind die Fehler der Methode noch so groß, daß eine positive Aussage nicht gemacht werden kann und die Entscheidung erst weiteren Versuchen überlassen werden muß.

Die Wiederholung der Versuche mit ungedämpften elektrischen Wellen, Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten und die Ausdehnung der Messungen auf Helium befindet sich in Vorbereitung.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 23. April 1932.)

Wirtschaftliche Maßnahmen zum Aufbau und Betrieb von Hochvakuumanlagen.

Von G. Mönch.

Es wird ein tragbarer Pumpaufbau mit Zubehörteilen beschrieben. Die Zubehörteile bestehen aus Versuchsröhren verschiedener Bauart mit normierten Schliffen, dazu passenden Röhreneinsätzen und Elektrodenhaltern. Sie bilden den „Röhrenbaukasten", aus dem man viele Versuchsanordnungen ohne oder mit geringer Glasbläserarbeit zusammenstellen kann.

Bei mehreren Neuanlagen von Hochvakuumapparaturen wurde auf ihre Eignung für möglichst viele praktisch vorkommende Fälle gesehen, um so die für Umbauten erforderlichen zeitraubenden Glasbläserarbeiten auf ein Mindestmaß zu beschränken. Es wurde also auf Wirtschaftlichkeit der Anlage geachtet. Die hierbei im Laufe der Zeit gemachten Erfahrungen sollen im folgenden mitgeteilt werden.

Gesamtanlage. Erstrebenswert erscheint an erster Stelle die Beweglichkeit der Gesamtanlage. Ein und dieselbe Pumpe muß in irgendeinem anderen Zimmer bereits nach wenigen Minuten in Betrieb genommen werden können. Pumpe mit Vorvakuum und Druckmesser (Mac Leod) stehen deshalb, wie aus Fig. 1 erkennbar, auf einem Brett. Bei H_1 oder H_2 (Fig. 2) (Rohrleitung 1) wird die Vorvakuumpumpe angeschlossen.

Ist eine Wasserstrahlpumpe Vorpumpe, so verhindert das Rückschlagventil RV in Leitung 2 das Rückschlagen des Wassers in die Pumpe; der Wasserfänger WF nimmt das anfänglich vielleicht durch das Ventil gekommene Wasser auf. (Ein Trockengefäß zwischen WF und H_3 hat sich praktisch als überflüssig erwiesen.) Die Leitung 1 ist auch mit dem Vorvakuum (9) des „Mac Leod" durch 7 über H_7 verbunden. Bei einer Nachprüfung des Vakuums mit dem Mac Leod wird Luft durch H_7 in 9 eingelassen und nach der Messung über 7—1 und H_1 bzw. H_2 abgepumpt. Die Vakuumleitung ist also Druckschwankungen

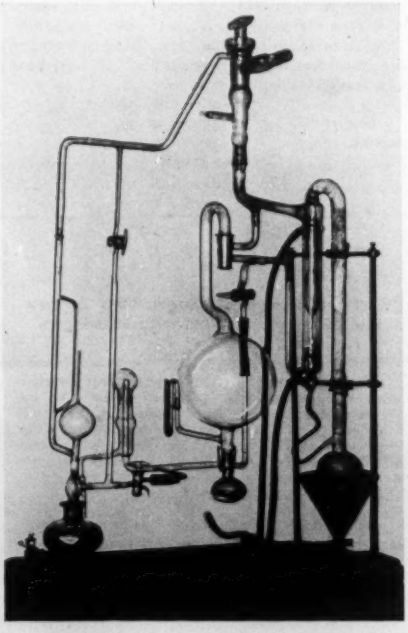


Fig. 1. Gesamte Pumpanlage.

unterworfen, die sich aber nicht auf das eigentliche Vorvakuum der Pumpe (3 und K) mit erstrecken dürfen. Deswegen ist der Hahn H_3 bei Druckmessungen geschlossen zu halten.

Wie oft benutzt, kann eine Kugel K durch den Dreiweghahn H_4 über 4 mit dem Hochvakuum 5 verbunden werden (Stellung I, Fig. 2) oder durch Drehung von H_4 als Vorvakuum (Stellung II) zur Pumpe dienen. Die Pumpe kann so ihr eigenes Vorvakuum verbessern (versagt bei Durchströmungsanordnungen). An der Kugel ist ein Trockengefäß TG und ein abgekürztes Manometer M angebracht.

Die Einschmelzung E dient als eine Elektrode zum Aufsuchen einer undichten Stelle mit dem Funkeninduktor.

Pumpe und Hochvakuumleitung 5 sind durch einen großen Hahn H_5 trennbar. Gleich hinter dem Hahn, ehe die Hochvakuumleitung in den Normalschliff Sch endet, geht ein Rohr seitlich ab zum „Mac Leod", das wiederum über Leitung 6 durch H_6 und H_7 mit 7 verbunden werden kann.

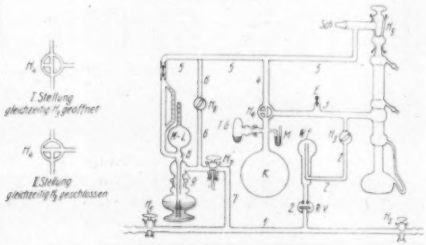


Fig. 2. Skizze der Pumpanlage.

Diese Verbindung von Hauptvakuum mit Vorvakuum (Leitung 6) ist allgemein nicht üblich, hat sich aber sehr gut bewährt. Beim Auspumpen der Gesamtapparatur durch H_1 bzw. H_2 kommt es wiederholt vor, daß sich bei zu starker Saugeschwindigkeit infolge des Strömungswiderstandes der Röhren eine Druckdifferenz zwischen 9 und 5 herstellt, die so groß werden kann, daß sie Luft von 8 nach 9 durch das Quecksilber des „Mac Leod" drückt. Eine derartige Druckdifferenz kann sich auch bei Lufteinlaß vom Versuchsrohr her einstellen. Außer der gefährlichen mechanischen Erschütterung der Gesamtanlage wird das Quecksilber von der durchperlenden Luft oxydiert und mit Luftblasen, die an den Glaswänden haften bleiben, durchsetzt. Das Auftreten dieser Druckdifferenz und der damit verbundene Nachteil wird bei geöffnetem Hahn H_6 durch die Leitung 6 vermieden.

Besonders praktisch erweist sich dieser Parallelzweig 6 bei wiederholtem Lufteinlaß in das an den Schliff Sch angeschlossene Versuchsrohr, wie es z. B. bei mehrmals hintereinander auszuführender Herstellung eines Metallspiegels durch Verdampfen oft notwendig ist. Die Pumpe kann während des Öffnens des Versuchsrohres ruhig weiterarbeiten, wenn H_5 geschlossen ist. Die Luft strömt über 1—7—6—5 ein und läßt sich auf gleichem Wege wieder mit der Vorpumpe absaugen. Man erspart so die Wartezeit für die Abkühlung und später die Anlaufzeit der Pumpe.

Der Nachteil des Hahnes H_6 ist der, daß noch ein Hahn in der Hauptvakuumleitung liegt, wodurch eine Möglichkeit mehr zur Undichtigkeit

Fig. 3. Brauchbare Hahnform.

gegeben ist. Bei geeigneter Bauart des Hahnes wie z. B. der in Fig. 3 ist eine Undichtigkeit jedoch weniger leicht zu erwarten.

Wenn mehrere Pumpen vorhanden sind, ist es besonders angebracht, den Schliff *Sch* zu normieren, damit der Hochvakuumansatz mit Versuchsrohr für die gerade zur Verfügung stehende Pumpanlage benutzt werden kann.

Der Ansatz mit dem Versuchsrohr hat zweckmäßig die Form der Fig. 4: Normalschliffmantel *NM*, Ausfriertasche *AT* und Versuchsrohr *VR*.

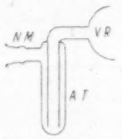


Fig. 4. Ausfriertasche.

Den Schliffmantel bringt man am besten am anzusetzenden Rohr an, da erfahrungsgemäß die Mäntel leichter als die Kerne springen und eine Reparatur an dem beweglichen Ansatz leichter möglich ist.

Bei geeigneter Bauart der Ausfriertasche kann man den äußeren Teil des Ausfriergefäßes gleich

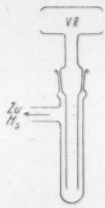


Fig. 5. Ausfriertasche mit Schliff.

an den Hahn H_5 anblasen lassen. Der ansetzbare Teil beschränkt sich dann auf das Versuchsrohr mit einem verlängerten Kernschliff (Fig. 5).

In diesem Fall ist der jeweilige Ansatz billiger, das Ausfriergefäß leichter zu säubern und das Versuchsrohr drehbar.

Zu einer anderen Form des Ausfriergefäßes führt die Verwendung eines abpumpbaren Schliffes, der für viele Versuche ein ausreichendes Vakuum gewährleistet. Der Schliff (Fig. 6) wird

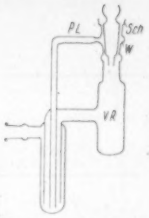


Fig. 6. Röhre mit abpumpbarem Schliff und dreiwandiger Ausfriertasche.

nur an dem oberen Rand der oberen Schliffhälfte gefettet oder die Schüssel *Sch* mit Quecksilber gefüllt.

Der in die Wulst *W* diffundierende Dampf wird über *PL* abgesaugt. Wulst und eigentlicher Versuchsraum *VR* sind durch einen Diffusionsweg voneinander getrennt. Um hierbei eine zweite Ausfriertasche zu ersparen, die sich gewöhnlich an der Pumpleitung *PL* des Schliffes *Sch* befindet, wird das Pumprohr gleich in das Ausfriergefäß der Hauptpumpleitung mit hineingeführt. Ein Dewargefäß genügt dann für beide Pumpzweige.

Diese Art dreiwandiger Ausfriertaschen läßt sich auch unter Verwendung eines Schliffes von der Bauart der Fig. 5 kombinieren.

Versuchsrohr mit Einsätzen. Viele Versuche im Vakuum verlangen keine bestimmte

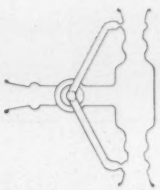


Fig. 7. Röhre mit zwei abpumpbaren Schliffen und dreiwandiger Ausfriertasche.

äußere Form des Versuchsgefäßes, sondern unterscheiden sich in ihrem inneren Bau nur durch Form, Zahl, Ausmaß und Abstand verschiedener Elektroden. Für derartige Arbeiten hat sich ein Rohr der Art wie Fig. 6 oder Fig. 7 gut bewährt.

Ein Rohr, an den Enden mit abpumpbaren Schliffen, in der Mitte mit Pumpansatz, gestattet das Einsetzen verschiedenartiger Kernschliffe.

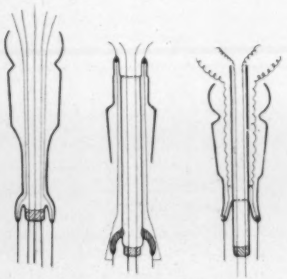
Es lassen sich zwei verschiedene Schlifformen angeben (Fig. 8). Der ersten Art kann leicht die

Form eines Röhrensockels gegeben werden. Das Rohr bekommt an der Spitze Einschmelzungen (Quetschungen) für Elektrodenzuführungen und

a) b)

Fig. 8a, b. Kernschliffformen.

Glashörner zur Befestigung der Elektroden (Fig. 9a). Eine derartige Befestigung ist wegen des starken Glasrohres, an dem die Elektroden hängen stabil gegen Erschütterungen. Müssen einzelne Stromdurchführungen gegeneinander hoch isoliert sein, so erreicht man das durch Verlängerung des Glasisolationsweges zwischen den Einschmelzdrähten (Fig. 9b). Die gut zu isolierenden Elektroden werden mit Nickeldrähten auf massive Glashörner aufgeschmolzen; die Stromdurchführungen erfolgen aber nicht durch die Hörner, sondern getrennt durch die am



a) b) c)

Fig. 9a, b, c. Verschiedenartige Ansätze für Kernschliffe.

Schmelzrand des doppelwandigen Schliffes eingefügten Röhren. (Hierdurch wird jedoch nur der Isolationsweg auf der in Luft liegenden Glasoberfläche vergrößert; der Abstand der Einschmelzungen über die im Vakuum befindliche Glasfläche bleibt unverändert. Erfahrungsgemäß zeigen aber Glasoberflächen im Vakuum nur selten eine merkliche Kriechleitung.) Eine andere Möglichkeit Elektroden voneinander hoch zu isolieren zeigt Fig. 9c.

Auf der Vakuumseite brauchen die Einschmelzdrähte keine besonderen Biegungen zu haben. An diese Drähte lassen sich andere mit Hilfe kleiner Nickelklammern (Fig. 10) gut befestigen. Die Verbindungsart genügt den

Fig. 10. Halteklammer für Drahtverbindungen.

meisten mechanischen und elektrischen Ansprüchen. Mit derartigen Klammern lassen sich bei vorhandenem Einsatz mit Einschmelzungen in kurzer Zeit Elektroden von beliebiger Form und beliebigem Abstand anbringen. Die angesetzten Teile können außerhalb des Rohres justiert werden.

Für starke Ströme hat man Einsätze mit starkem Einschmelzdraht[1]) oder mit Kupferhütchen[2]) (Fig. 11). Diese Kappeneinschmelzungen sind aber auch gut verwendbar,

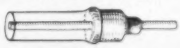


Fig. 11. Kappeneinschmelzung.

Elektroden im Innern des Versuchsgefäßes auf verschiedene Temperaturen zu bringen. Einen 6 mm starken durchgeführten Kupferstab konnte ich wiederholt 4 cm vor der Einschmelzungsstelle bei ausgepumptem Rohr auf Rotglut bringen, ohne daß die Einschmelzung aus gewöhnlichem Glas gesprungen wäre. Auch Temperaturerniedrigungen lassen sich mit diesem Hütchen ausführen, da sie mit Kühlflüssigkeiten gefüllt werden können.

An Stelle der Kupferhütchen sind aber bei tiefen Temperaturen Wolframdrahteinschmelzungen in hochwertigem Jenaer Glas[3]) oder in Siborglas[4]) sicherer. Man gewinnt größere Betriebssicherheit auf Kosten schlechterer Wärmeleitfähigkeit der Durchführung (Wärmeleitfähigkeit von Wolfram ist gleich der von Aluminium).

Schlußbemerkung. Die besprochenen Anordnungen sind in den letzten Jahren im hiesigen

1) Vakuumgeschmolzenes, gasfreies Einschmelzmaterial der Fa. „Heraeus-Vakuumschmelze, Hanau" bis 3 mm Ø von jedem einigermaßen geübten Glasbläser einschmelzbar mit den Gläsern Nr. 397/III und 397/III der Fa. „Jenaer Glaswerk, Schott & Gen., Jena", sowie „Gege Eff" der Fa. Gustav Fischer, Ilmenau i. Th. In Einzelfällen verwendbar bis 10 mm Ø.

2) Kappen zu beziehen von Fa. Hugo Steuer & Co., Berlin Neukölln, Hobrechtstr. 67. Fertige Einschmelzungen z. B. von Robert Schmidt, Berlin O 34, Libauerstr. 21.

Einschmelzverfahren s. F. Lauster: „Das Glas als Werkstoff der Elektrotechnik". Leipzig 1930. Verlag: Hachmeister & Thal.

3) Jenaer Glaswerk Schott & Gen., Jena.

4) „Verre Sibor" Verreries de Folembray (Aisne), Agent Général M. Pernet, 7 Cité Canrobert Paris (XVe).

Institut mit gutem Erfolg ausprobiert worden. Für den Anfänger im wissenschaftlichen Arbeiten bedeutet die Aufstellung einer Pumpe keinen nennenswerten Zeitverlust; die übliche große Schwierigkeit, ein gutes Vakuum herzustellen, besteht praktisch nicht mehr. Außerdem können viele Versuchsanordnungen mit den austauschbaren Einsätzen zusammengestellt werden[1]).

Erreicht wurde dieser Zeit und Raum ersparende Zustand durch Zusammenstellung tragbarer Pumpanlagen und weitgehende Normierung der Schliffe an den Versuchsröhren[2]).

1) Alle Einzelteile am besten mit Bezugnahme auf diese Veröffentlichung zu beziehen von Robert Schmidt, Berlin O 34, Liebauerstr. 21.

2) Betr. Normalschliffe. S. „Diu-Denog-Normenblätter von Laboratoriumsgeräten" Nr. 25. Verlag: Glas und Apparat, Weimar.

Erlangen, September 1931. Physik. Inst. d. Univ. (Eingegangen 29. März 1932.)

Demonstration stehender elektrischer Wellen mit Hilfe eines einfachen Empfängers.

Von R. Ramshorn.

Die bisher zur Demonstration der Versuche von Heinrich Hertz verwendeten Empfänger gestatten den Nachweis der Energieverteilung nur mit Hilfe eines Anzeigeinstrumentes (Thermokreuz oder Kristalldetektor in Verbindung mit Galvanometer und Skala).

Um die größenordnungsgemäße Wiedergabe der Intensitätsverteilung auf einfachere Weise und auf große Entfernung (30 m und darüber)

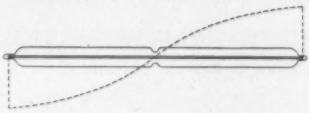


Fig. 1.

sichtbar zu ermöglichen, wurde ein in eine Edelgasatmosphäre eingeschlossener linearer Resonator (Fig. 1) als Empfänger benutzt. Bei ausreichender Amplitude setzt gemäß der Spannungsverteilung längs des Dipols eine selbständige Gasentladung ein, die an den Dipolenden zufolge großer Feldstärke intensiver ist, als nach der Dipolmitte hin[1]).

Die zur Erregung dieses Empfängers erforderliche Strahlung liefert ein Löschfunkensender (Dipol mit Kurzschlußkondensator und axialsymmetrisch angeordneter Funkenstrecke in der Mitte), da sich mit einem Röhrensender im fraglichen Wellenlängenbereich (1 bis 2 m) große Spannungsamplitude schwer erreichen läßt und ein einfacher Funkensender zu stark gedämpft ist.

Wird der Empfänger z. B. zwecks Demonstration einer stehenden elektromagnetischen Welle auf der Verbindungslinie Sender-Reflexionswand bewegt, so läßt sich die Energieverteilung mittels der „Leuchtlängen" am Empfänger nachweisen (Fig. 2). In einem Maximum erstreckt sich die Gasentladung bis zur Dipolmitte, beim

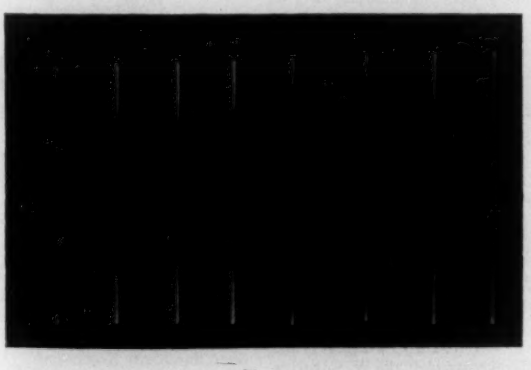


Fig. 2.

1) Eine ähnliche Anordnung ist von L. Bergmann zur Demonstration der Spannungsverteilung an einem [illegible]ren Oszillator benutzt worden; vgl. L. Bergmann, Versuche mit hochfr., unged. elektr. Schw. usf., d. Dümmlers Verlg. 1932.

Fortschreiten nach einem Minimum zieht sie sich, kürzer werdend, auf die Dipolenden zurück usf. Oder, dreht man den Empfänger aus der Ebene des elektrischen Vektors heraus (Fig. 3), so nimmt

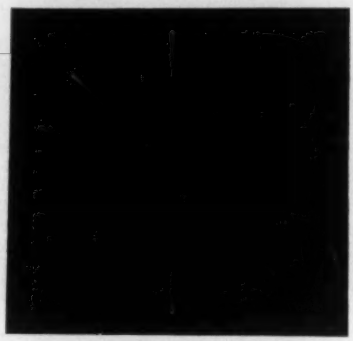


Fig. 3.

die Leuchtlänge mit zunehmendem Winkel ab. Die Entladung erlischt bei einem Winkel von etwa 70^0.

Der lineare Resonator besteht aus Aluminium, seine Länge ist $\sim \lambda/2$, sein Durchmesser beträgt 1,5 mm, der des Glasrohres etwa 36 mm (innen). Letzteres hat Neonfüllung, der Druck beträgt 3 mm *Hg*-Säule. Zur Vermeidung der Feldverzerrung wird der Empfänger in seiner Mitte an einem etwa meterlangen Rohr aus Isoliermaterial befestigt.

Die zur Zündung der Gasentladung in größerer Entfernung vom Sender notwendige hohe Spannungsamplitude im Sendedipol wird mit

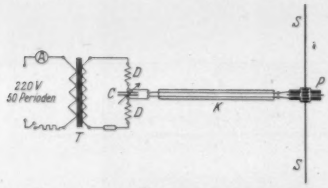


Fig. 4.

Hilfe einer Serienfunkenstrecke erzielt (Fig. 4), welche durch Wasserstoff-Alkoholdampfgemisch unter Überdruck gespült wird; denn Untersuchungen an dem von W. Pupp[1]) angegebenen Oszillator (Einzelfunkenstrecke), die W. Schulze im Rahmen einer Diplomarbeit (Physik. Inst. d. T. H. Charlottenburg) ausführte, ergaben mit zunehmendem Gasdruck intensivere Löschwirkung und damit die Möglichkeit zu störungsfreiem Dauerbetrieb. Die zweckmäßige Verteilung der Funkendurchbrüche über die Zeit wird mit Hilfe der von W. Pupp (a. a. O.) verwendeten Wanderwellenschaltung erreicht. Der Sender (Fig. 4) besteht aus einem Transformator *T*, den Drosselspulen *D*, einem Drehkondensator *C*, einem abgeschirmten Kabel *K* und einem Dipol *SPS*. *P* ist ein Kreisplattenkondensator mit Glimmerdielektrikum, der über die zu den Kondensatorplatten konzentrisch angeordnete Funkenstrecke entladen wird. Die Flächen des Ringkondensators werden von 6 durch Flanschringe und Glasrohre geführte Schrauben aufeinandergepreßt (Fig. 5). Um den festen Sitz der durch

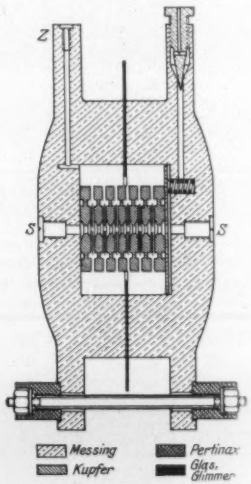


Fig. 5.

Glimmerscheibchen distanzierten Elektroden zugleich mit der Abdichtung durch die Glimmerscheibe des Ringkondensators zu sichern, drücken Spiralfedern auf eine in der Figur an der rechten Wand der Gaskammer sichtbare Messingplatte. Die Elektroden bestehen aus Kupfer. Die Elektrodenfläche befindet sich zwecks besserer Kühlung außen, der übrige Flächenteil dient als Auflage zur Parallelstellung. Das Spülgas strömt durch einen bei *Z* eingeschraubten Ansatz aus der Druckleitung in die Gaskammer und verläßt diese durch ein Konusventil. Die Mischung des Wasserstoffs mit Alkohol erfolgt in einer vor der Gaskammer in der Druckleitung liegenden Glasvorlage. Bei *S* werden Messingrohre eingeschraubt.

1) Ann. d. Phys. (5) **7**, 1929.

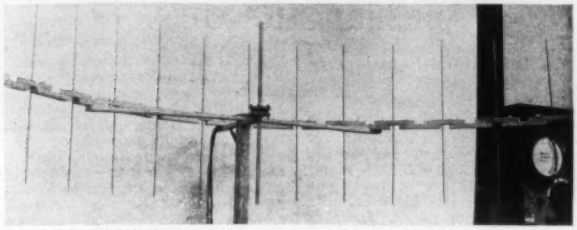


Fig. 6.

Die Energieabgabe dieses Senders erfolgt unter Betriebssicherheit regelmäßig. In ähnlicher Weise wie von W. Pupp (a. a. O.) und H. Rukop[1]) bei paralleler Anordnung der Leiter S durchgeführte Messungen der Intensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge ergaben qualitativ die gleichen Resultate. Die Wellenlänge, bei welcher maximale Intensität auftrat, betrug 2,2 m. Der gleiche Wert für λ ergab sich bei linearer Anordnung der Leiter S aus den Abständen zweier Maxima einer stehenden Welle.

Für den Demonstrationsversuch wird, um eine ebene Wellenfront zu erhalten, ein zylindrisch-parabolischer Gitterspiegel verwendet, dessen Elemente aus 1 m langen Messingrohren (Durchmesser 5 mm) bestehen. Sender und Spiegel (Fig. 6) stehen einer Blechwand von 6 qm Fläche in etwa 9,5 m Entfernung gegenüber.

Die Apparatur[1]) wird seit Juli 1931 in der Experimentalvorlesung für Physik am Phys. Inst. d. T. H. Charlottenburg zur Demonstration der Versuche von Heinrich Hertz benutzt.

1) Ann. d. Phys. **42**. 1913.

1) Die Herstellung einer kleiner dimensionierten Apparatur hat die Firma Max Kohl A. G., Chemnitz, Adorfer Str. 20, übernommen.

Berlin-Charlottenburg, Phys. Inst. d. T. H., April 1932.

(Eingegangen 27. April 1932.)

Über das Strömen von Gasen bei niedrigen Drucken.

(Ein Nachtrag zu der in Heft 4 dieses Jahrganges erschienenen gleichlautenden Arbeit.)

Von H. Ebert.

Neben dem Hinweis auf einige Druckfehler: S. 147 r, statt r_2; W' statt w'; S. 149 cos-Gesetz statt $\cos^2$-Gesetz; S. 150 Formel (3d) δ_2 statt δ^2, möchte ich auf einige grundsätzliche Fragen eingehen, die durch einen Meinungsaustausch mit Herrn Dr. P. Clausing, Holland, hervorgetreten sind. Die Annahme einer gleichmäßigen Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle über den Querschnitt bei reiner molekularer Strömung — Formel (7b) — ist wohl nur für eine makroskopische Anschauung möglich. v. Smolukowski wies für das mikroskopische Bild die Abhängigkeit dieser Geschwindigkeitsverteilung über den Querschnitt nach. Beim kreisförmigen Querschnitt bleiben die Endformeln unverändert bestehen. Für den rechteckigen Querschnitt läßt sich eine genauere Formel als die Knudsensche S. 147, (7b) ableiten. Gleichung (7c), für den Fall einer Rohrleitung mit ringförmigem Querschnitt, hat zuerst P. Clausing (Physica **9**, 65, 1929) abgeleitet. Die Integrationsgrenzen sind von O bis $\frac{\pi}{2}$ zu nehmen.

Das Wesentlichste meiner Arbeit in der Physik. Zeitschr. scheint mir der Hinweis, daß die Verhältnisse mit Hilfe der Grenzschichten anschaulicher entwickelt werden können als mit Hilfe irgend eines Reflektionsgesetzes, das noch dazu in seiner einfachsten Form einer „reinen optischen" Reflektion der Moleküle, wie sie v. Smolukowski anwandte, nicht zu dem richtigen Faktor führt.

(Eingegangen 2. Mai 1932.)

BESPRECHUNGEN.

Bateman, Partial Differential Equations of Mathematical Physics. 522 S. Cambridge 1932. University Press. 42/— net.

Das Batemansche Werk gibt eine sehr ausführliche Übersicht über diejenigen Probleme der klassischen mathematischen Physik, die auf partielle Differentialgleichungen führen und sich noch streng analytisch behandeln lassen.

Nach einer (leider sehr kurzen!) Einleitung, die von den Näherungsmethoden zur Lösung partieller Differentialgleichungen spricht, folgt ein Kapitel, welches die wichtigsten Differentialgleichungen der klassischen Physik aufzählt und an Beispielen erläutert: z. B. werden die Fortpflanzung von Lichtstrahlen, die Schwingungen eines Stabes, Schwingungen in Stromkreisen, Wirbelbewegungen in Flüssigkeiten, die Hamilton-Jakobische Gleichung der Mechanik usw. besprochen. Das zweite Kapitel stellt die Anwendungen des Greenschen und des Stokesschen Satzes auf eine Reihe von physikalischen Problemen dar: z. B. Gleichgewicht eines elastischen festen Körpers, Torsion eines Prismas, Schwingungen einer Membran, drahtlose Telegraphie. Die drei nächsten Kapitel behandeln zweidimensionale Probleme, insbesondere die Methode der konformen Abbildung in der komplexen Ebene. Die folgenden Kapitel, die von dreidimensionalen Problemen sprechen, sind nach den Koordinatensystemen bezeichnet, die in ihnen benutzt werden: Polarkoordinaten; Zylinderkoordinaten; Elliptische Koordinaten; Parabelkoordinaten; Toruskoordinaten. Schließlich folgt ein kurzer Abschnitt über Beugungsprobleme und ein letztes Kapitel über nichtlineare Gleichungen, insbesondere die Ricattische Gleichung.

Aus der großen Reichhaltigkeit des Buches folgt, daß sein Studium für jeden, der mit partiellen Differentialgleichungen der Physik zu tun hat, von größtem Nutzen sein kann. Dies gilt nicht nur für Probleme der klassischen Physik. Auch bei den Randwertaufgaben der Wellenmechanik kann man aus vielen Teilen des Buches Vorteil ziehen: Ich denke hier besonders an die ausgezeichneten Abschnitte über Kugelfunktionen, in denen eine Reihe von wichtigen und nützlichen Sätzen zu finden ist, die sonst in der Literatur verstreut sind, an das Kapitel über elliptische Koordinaten und die Abschnitte über hypergeometrische Funktionen.

Durch eine Reihe von Beispielen und Übungsaufgaben ist das Verständnis allgemeiner Sätze und Überlegungen erleichtert. Batemans Buch ist also ein Übungsbuch im allerbesten Sinn, allerdings keineswegs eine „elementare" Einführung in das Gebiet der partiellen Differentialgleichungen, die es auch nicht sein soll. Druck und Ausstattung des Buches sind ausgezeichnet. —Heisenberg.

R. H. Fowler, Statistische Mechanik. Übertragen und teilweise bearbeitet von O. Halpern und H. Smereker. Gr.-8°. IV u. 594 S., m. 17 Figuren. Leipzig 1931. Akadem. Verlagsgesellschaft. RM 34.—, geb. RM 36.—.

Von dem Fowlerschen Werk, das an dieser Stelle (Physik. Zeitschr. **30**, 431, 1929) bereits eine ausführliche Würdigung gefunden hat, geht — wohl hauptsächlich durch die imposante Fülle von Beispielen aus den weitverzweigten Anwendungsgebieten der statistischen Mechanik, die hier von einheitlichem Gesichtspunkt aus gemeistert sind — ein großer Reiz aus und das Erscheinen einer deutschen Ausgabe ist daher sehr begrüßenswert. Die vorliegende Bearbeitung ist um einige Kapitel vermehrt, in denen der Zusammenhang der eleganten Darwin-Fowlerschen Sattelpunktsmethode, die in dem Buch ausschließlich zur Anwendung gelangt, mit den sonst üblichen, dem Leser wohl meist geläufigeren statistischen Rechenmethoden erläutert wird, was dem Verständnis sehr zugute kommen dürfte. Weiter ist ein kurzer Abschnitt über den elektrischen Anteil der thermodynamischen Funktionen hinzugekommen, dessen vorbildlich klare Fassung hoffentlich dazu beitragen wird, die in der elektrolyttheoretischen Literatur in diesem Punkte nicht selten anzutreffenden mißverständlichen Auffassungen allmählich zu beseitigen. Von weiteren Zusätzen sei noch die Neubearbeitung des Abschnitts über die Sommerfeldsche Theorie der Thermoelektrizität erwähnt.

Das Kapitel über Kristalle weist einige Kürzungen auf; das zur englischen Ausgabe von Lennard-Jones beigesteuerte Kapitel über interatomare Kräfte ist weggelassen. Wenn auch zugegeben werden soll, daß ein großer Teil dieses Kapitels nichts mehr mit Statistik zu tun hat, so wäre es dem Referenten — im Hinblick auf die besondere Ausführlichkeit, mit der in den beiden vorhergehenden Kapiteln die Theorie der nichtidealen Gase behandelt ist — vielleicht doch zweckmäßiger erschienen, auf deren Anwendungen nicht ganz zu verzichten.

Im Kapitel über die kritische Opaleszenz sind leider einige grobe Irrtümer aus dem Original übernommen worden; das Kapitel über die spezifischen Wärmen von Molekülen trägt an einigen Stellen nicht ganz den Fortschritten der letzten Jahre Rechnung; beides Punkte, die bei einer eventuellen Neuauflage leicht zu verbessern sind.

Die Übertragung zeugt von großer Sorgfalt und wirklichem sprachlichen Verständnis; sie ist durchweg als sehr gelungen zu bezeichnen. Somit ist zu erwarten, daß das Fowlersche Werk in der vorliegenden Ausgabe zahlreiche neue Freunde finden wird. G. Placzek.

Gmelins Handbuch der Anorganischen Chemie. Systemnummer 7: Brom. Herausgegeben von der Deutschen Chemischen Gesellschaft. Bearbeitet von R. J. Meyer und E. Pietsch, Gr.-8°. VIII u. 342 S. m. 9 Fig. 8. Aufl. Berlin 1931. Verlag Chemie G. m. b. H. Preis RM 56.—, Subskr. RM 49.—.

Dieser Band des rasch erscheinenden großen anorganischen Standardwerkes bringt die Behandlung des Broms und seiner Verbindungen. Mitgearbeitet haben außer ständigen Mitgliedern der bewährten und mit wachsender Erfahrung immer vollkommener arbeitenden Redaktion O. Weines und Sibylle Cohn-Tolksdorf. Unter dem mit gewohnter Gründlichkeit behandelten physikalischen und chemischen Material sei hier auf einen Abschnitt ausdrücklich hingewiesen: Es muß nämlich besonders begrüßt werden, daß die Bearbeiter hier für die Kenntnis der elementaren chemischen Reaktionsarten besonders aufschlußreichen reaktionskinetischen Untersuchungen (Bromwasserstoffbildung und -zerfall, Atomrekombination) weiter so sorgfältigen und klaren Behandlung gewürdigt haben. Sch[illing]ab.

E. J. Berg, Rechnung mit Operatoren nach Oliver Heaviside, ihre Anwendungen in Technik und Physik. Deutsche Bearbeitung von Dr.-Ing. Otto Gramisch und Dipl.-Ing. Hans Tropper. Gr.-8°. 189 S. Mit 65 Abb. München 1932. R. Oldenbourg. Preis geb. RM 12.—.

Die von Heaviside begründete symbolische Differentialrechnung versucht die Verwendung von Differentialquotienten und Integralen zu umgehen und mit rein algebraischen Rechnungen auszukommen. Gerade bei den praktisch wichtigen Ausgleichsvorgängen in elektrischen Leitungen und Maschinen ist das gelungen. Die deutschen Bearbeiter haben die Anwendungsbeispiele über elektrische und mechanische Schwingungen und aus der Wärmeleitung durch Berechnungen mechanischer Kopplungsschwingungen ergänzt. Das Buch enthält so eine Reihe zahlreicher, vollständig durchgeführter Rechnungen aus den verschiedensten Gebieten der Physik. Die Schwierigkeiten für den mit der Rechnungsart nicht Vertrauten werden aufgezeigt. — Das Buch enthält in einem sehr ausführlich gehaltenen Anhang biographische Notizen über das Lebenswerk von Heaviside. — Da bisher nur eine kleine Anzahl von Problemen mittels der Operatorenrechnung gelöst worden ist, dürfte dieses Buch auch den theoretischen Physiker interessieren. O. Werner.

The National Physical Laboratory. Collected Researches. Bd. 22. 417 Seiten mit zahlreichen Abb. im Text. London 1930. H. M. Stationery Office. Preis £ 1.—.

Der vorliegende vorzüglich ausgestattete Band enthält 21 schon an anderer Stelle veröffentlichte Arbeiten aus verschiedenen Gebieten der elektrischen Nachrichtentechnik. Die vorwiegend experimentellen Arbeiten berichten unter anderem über Messungen an Antennen, Spulen, Kondensatoren, Kabeln und kristallgesteuerten Sendern. Aus Raummangel ist an dieser Stelle ein näheres Eingehen auf die einzelnen Arbeiten nicht möglich. Hasel.

K. Rosenberg, Lehrbuch der Physik für die oberen Klassen der Mittelschulen und verwandten Anstalten. Ausgabe K. 13. neubearbeitete Auflage. Wien 1931. Hölder-Pichler-Tempsky A.-G. Geb. RM 5.30.

1. Teil: [illegible] S. mit 322 Abb. und 2 Tafeln.
2. Teil: [illegible] S. mit 310 Abb. und 4 Tafeln.

Teil 1 enthält Mechanik, Wärmelehre, Grundlehren der Astronomie, Wellenlehre und Akustik. Text und Ausstattung lassen nichts zu wünschen übrig. Auch ist die Darstellungsweise klar und ansprechend. Jedem größeren Kapitel folgt eine beträchtliche Anzahl von Aufgaben, deren Lösungen in einem anderen, beim gleichen Verlage erschienenen Hefte zu haben sind. Bei aller Ausführlichkeit, befleißigt sich der bekannte Autor befleißigt, vermeidet man lebhaft Hinweise auf die arbeitsunterrichtliche Behandlung des Lehrstoffes, die m. E. viel wichtiger und fruchtbringender ist als z. B. eine Erörterung des schwierigen Begriffes der Entropie, die auf der Schule wohl besser wegbleiben sollte.

Teil 2 enthält Optik, Magnetismus und Elektrizitätslehre sowie einen Anhang über die physikalischen Maßeinheiten und ihre Dimensionen. Es ist nicht recht ersichtlich, warum bei der Interferenz des Lichtes der Fresnelsche Spiegelversuch als das historische Experimentum crucis fehlt. Ferner enttäuscht die Behandlung wichtiger Teile der Elektrizitätslehre, z. B. der Induktion, insbesondere des Wechselstromes, der Elektronenröhre u. a. m. Gerade bezüglich der Induktion und der elektrischen Schwingungen usw. ist der Schule durch die bekannten Bücher von R. W. Pohl und von Roller-Pricks eine Fülle vorzüglichen Anschauungsmaterials an die Hand gegeben, dessen Einarbeitung der vorliegenden Neuauflage außerordentlich vorteilhaft gewesen wäre. So stellt man mit Bedauern fest, daß z. B. die Wirkungsweise der Influenzmaschine ausführlicher behandelt wird als die der Elektronenröhre, bei der sich nicht einmal das Bild einer Charakteristik findet! Wolf.

F. Twyman und D. M. Smith, „Wavelength Tables for Spectrum Analysis." Second Edition. 1931. Published by Adam Hilger Ltd.

Diese Zusammenstellung von Tabellen mit erklärendem Text wendet sich an den praktischen Spektroskopiker und ist gedacht als kleines Hilfsbuch im Laboratorium. Man findet darin, was man täglich braucht, z. B. die Wellenlängennormalen, Tabellen zur Umrechnung der Rowlandschen Wellenlängenskala auf die internationale, Reduktionstafeln für Wellenlängen von Luft auf Vakuum usw. Im zweiten Teil ist als Beitrag zur quantitativen Spektralanalyse eine Zusammenstellung letzter Linien. Da das Buch von vornherein auf Vollständigkeit verzichtet und nur eine erste Orientierung geben will, sind jeweils nur einige typische Arbeiten verwendet; so für Lösungsspektra die Untersuchungen von Hartley, Pollok, Leonard und Whealan, für feste und geschmolzene Substanzen die Beobachtungen von Gramont über Bogenspektra.

E. H. L. Meyer.

Durchleuchtete Körper. „Schaubücher" Bd. 39. 81 Bilder, eingeleitet und erläutert von Dr. Karl Döhmann. Orell Füßli Verlag, Zürich und Leipzig 1931. RM 2.40.

Das Büchlein enthält Bilder von Anwendungen der Röntgenstrahlen auf Medizin, Zoologie und Botanik, Materialprüfung (Metallverarbeitung, Perlen), von einigen Gegenständen des täglichen Lebens (als Einführung in das „Röntgensehen") und endlich zwei Lauediagramme. Den recht guten und für die einzelnen Gebiete charakteristischen Bildern ist eine allgemeine Einleitung über das Röntgenverfahren und eine kurze Erläuterung der einzelnen Bilder vorausgeschickt. Jeder naturwissenschaftlich Interessierte wird an den Bildern, die zum Teil von hohem ästhetischen Reiz sind, seine Freude haben. L. Bewilogua.

Eastman Kodak Company, Abridged Scientific Publications from the Kodak Research Laboratories. Bd. XIV, 1930, VIII u. 295 S. mit 145 Figuren. Rochester, New York 1931. Eastman Kodak Company.

In Fortsetzung eines schon lange gepflegten Brauches hat die Eastman Kodak Company auch dieses Jahr wieder die hauptsächlichsten Veröffentlichungen ihrer Forschungslaboratorien aus den verschiedenen Zeitschriften in einem einheitlichen Band zusammengestellt, der einerseits dem Interessenten die Benutzung der Arbeiten erleichtert, andererseits aber auch ein beredtes Zeugnis davon ablegt, wie vielseitig die Untersuchungen sind, die ein Industrieunternehmen heute einleiten muß, um dem Stande der Technik gerecht zu werden.

Es würde natürlich zu weit führen, wollte man auf jede der 50 Arbeiten eingehen, doch sei erwähnt, daß außer den Arbeiten, die das Hauptarbeitsgebiet der Kodak, die Photographie, betreffen, auch solche anzutreffen sind, die weitab von diesem Gebiete liegen. Den Physiker dürften vor allem einige Arbeiten über Kondensationspumpen mit hochsiedenden organischen Flüssigkeiten interessieren, sowie die Untersuchungen über die physikalischen Eigenschaften von Filmen aus Zellulosederivaten. Für den photochemisch orientierten Physiker liegt natürlich der Hauptwert des Bandes in den zahlreichen Arbeiten über den photographischen Prozeß, die den Kern des Ganzen bilden. G. Heymer.

L. Bieberbach, Projektive Geometrie. (Teubners mathematische Leitfäden. Bd. 30). V u. 190 S., m. 45 Fig. Leipzig 1931. B. G. Teubner. Kart. RM 7.80.

Das vorliegende Büchlein bildet die Fortsetzung der „analytischen Geometrie" des gleichen Verfassers, welche kürzlich hier bereits besprochen wurde. In moderner, sehr übersichtlicher Form wird hier ein Abriß der projektiven Geometrie gegeben, welchen wir auch dem, eine weitergehende theoretisch-mathematische Schulung anstrebenden Physiker nur bestens empfehlen können. Behandelt sind die projektiven Beziehungen zwischen Punkten und Geraden (bzw. und Ebenen) in der Ebene (bzw. im Raume); die projektive, affine und äquiforme Geometrie der Kegelschnitte, sowie — wenn auch teilweise etwas kürzer — der Flächen zweiter Ordnung. Haupt.

Gmelins Handbuch der Anorganischen Chemie. Hrsg. von der Deutschen Chemischen Gesellschaft. Bearbeitet von R. J. Meyer und Erich Pietsch. Systemnummer 29: Strontium. 8. Aufl. Gr.-8°. XXX u. 239 S., m. 26 Fig. Berlin 1931. Verlag Chemie G. m. b. H. RM 41.—, Subskr. RM 36.—.

Der Band Strontium wurde teils von A. v. Antropoff-Bonn und einigen seiner Mitarbeiter, teils von Gertrud Pietsch-Wilcke-Berlin bearbeitet. Er bringt in der üblichen Anordnung zunächst ausführliche und übersichtliche Angaben über Vorkommen und Gewinnung des Elements bzw. seiner Verbindungen sowie umfangreiches mineralogisches Material. Insbesondere den Physiker gehen wieder die sorgfältigen Zusammenstellungen der atomaren Eigenschaften, zumal der spektroskopischen Daten, an. Den Hauptteil des Buches bildet natürlich der chemische Teil, der die Verbindungen des Strontiums mit allen im System des Werkes ihm vorangehenden Elementen, also vor allem seine Nichtmetallverbindungen und Salze, behandelt. Die Darstellung ist, wie gewohnt, bei aller Ausführlichkeit sehr übersichtlich und handlich und durch eine besonders große Zahl von Tabellen und sauber ausgeführten Figuren (insbesondere Zustandsdiagrammen) erläutert. Schwab.

C. G. Darwin, The new conception of matter. London 1931. Bell & Sons.

Es wird für jeden, ob Fachmann oder Laie, eine Freude sein, in dieser ganz ausgezeichneten populären Darstellung zu lesen. Die sachliche und prägnante Ausdrucksweise erlaubt dem Verfasser, auf knappen 190 Seiten ohne mathematischen Apparat einen ausgezeichneten Überblick über die ganze moderne Atomtheorie zu geben, vom Rutherfordschen Atommodell bis zu Heisenbergs Ungenauigkeitsprinzip. Man liest mit Vergnügen, wie der Verfasser die abstrakten Begriffe der Quantentheorie in echt englischer Art handgreiflich und anschaulich macht. Trotz der großen Anzahl ähnlicher Werke bedeutet dieses eine wertvolle Bereicherung unserer populären Literatur. Weißkopf.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent Dr. Erich Lange an der Universität München zum a. o. Professor für Physikalische Chemie an der Universität Erlangen, der Direktor bei den Siemens-Schuckert-Werken Professor Dr. Ing. Wilhelm Philippi zum Honorarprofessor für Elektrizität im Bergbau an der Technischen Hochschule Berlin, der a. o. Professor für Elementarmathematik und Elemente der höheren Mathematik an der Universität München Dr. Hugo Dingler zum ord. Professor für philosophische Pädagogik und Philologie an der Technischen Hochschule Darmstadt und zugleich am Pädagogischen Institut in Mainz.

In den Ruhestand: Der ord. Professor für allgemeine Chemie an der Universität Pavia Dott. Giorgio Errera.

Ehrung: Dem früheren ord. Professor der Physik an der Universität Heidelberg Geheimer Rat Dr. Philipp Lenard wurde die Franklin-Medaille (die höchste amerikanische Auszeichnung für Leistungen in der Physik) verliehen.

Gestorben: Der frühere Privatdozent an der Deutschen Universität Prag und zuletzt Leiter der wissenschaftlichen Abteilung der Optischen Werke Nitsche & Günther Dr. phil. Edmund Weiss, der Professor für Brennstoff-Studien an der Universität von Paris Dr. A. Mailhe.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.